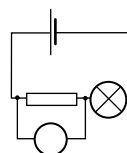




Fyzika

pre 1. ročník gymnázia a 5. ročník gymnázia s osemročným štúdiom





Václav Koubek – Viera Lapitková – Peter Demkanin

Fyzika

**pre 1. ročník gymnázia
a 5. ročník gymnázia
s osemročným štúdiom**



Autori © doc. RNDr. Václav Koubek, PhD.
doc. RNDr. Viera Lapitková, PhD.
doc. RNDr. Peter Demkanin, PhD.

Recenzenti: Mgr. Alica Kortišová
Mgr. Miloš Bíro
Mgr. Július Vincenc

Dizajn © štúdio Patria I., spol. s r.o.

Schválilo Ministerstvo školstva, vedy výskumu a športu Slovenskej republiky
pod číslom 2017-2496/33329:33-640A ako učebnicu Fyzika pre 1. ročník gymnázia a 5. ročník gymnázia
s osemročným štúdiom.

Schvaľovacia doložka nadobúda účinnosť 31. júla 2017 a má platnosť 5 rokov.
3. vydanie, 2019

Všetky práva vyhradené.
Toto dielo ani žiadnu jeho časť nemožno reprodukovat' bez súhlasu majiteľa práv.

ISBN 978-80-85674-69-9



Obsah

1. Pozorovanie, meranie, experiment 11

1.1	Ako riešime problém	11
1.2	Fyzikálne veličiny a ich jednotky	14
1.3	Pohyb ručičiek hodín a plynutie času	16
1.4	Chyby merania	18
1.5	Chyby meradiel a presnosť merania	20
1.6	Chyby spôsobené vlastnosťami meradiel	22
1.7	Načo nám je aritmetický priemer alebo „Ako odvážiť zrnko ryže? “	23

2. Sila a pohyb 25

2.1	Skúmajte javy, v ktorých pôsobia sily	26
2.2	Sila a jej jednotka	26
2.3	Vzájomné pôsobenie telies	28
2.4	Otáčavý účinok sily	30
2.5	Rovnovážna poloha telesa	32
2.6	Skladanie síl pôsobiacich v priamke	35
2.7	Skladanie rôznobežných síl	37
2.8	Rozklad sily na zložky	39
2.9	Skladanie rovnobežných síl	42
2.10	Poloha a pohyb telesa	43
2.11	Pohyby rovnomerné a nerovnomerné – zrýchlené a spomalené	45
2.12	Priemerná rýchlosť pohybu	48
2.13	Rovnomerný pohyb	49
2.14	Dráha a rýchlosť rovnomerného pohybu	52
2.15	Meranie rýchlosti	55
2.16	Prvý Newtonov pohybový zákon	57
2.17	Trenie	60
2.18	Ako padajú telesá?	63
2.19	Dráha voľného pádu	65
2.20	Rovnomerne zrýchlený pohyb	68
2.21	Druhý Newtonov pohybový zákon	70
2.22	Pohybová rovnica	73
2.23	Sily odporujúce pohybu v tekutinách	75
2.24	Hybnosť telesa a jej zmena	78
2.25	Javy súvisiace so zachovaním hybnosti sústavy	80

3. Energia okolo nás 83

3.1	Fyzikálna práca	84
3.2	Práca zobrazená plochou	86
3.3	Práca sily, ktorá nepôsobí v smere pohybu	89
3.4	Potenciálna energia	91
3.5	Práca v gravitačnom poli Zeme	93

3.6	Kinetická energia telesa	96
3.7	Vzájomné premeny energie	99
3.8	Koľko energie potrebuje športovec?	102
3.9	Výkon a príkon stroja	104
3.10	Účinnosť stroja	105

4. Elektrina a magnetizmus – elektrický obvod 107

4.1	Elektrický obvod	107
4.2	Elektromotorické napätie zdroja	109
4.3	Ako sa správajú atómy a elektróny v kove	111
4.4	Čo môžeme zapojiť do elektrického obvodu?	114
4.5	Ohmov zákon	115
4.6	Elektrický odpor vodiča v závislosti od jeho dĺžky	117
4.7	Regulátor napätia a jeho praktické využitie	119
4.8	Spájanie rezistorov – dva druhy spojenia	120
4.9	Urobte si reostat	122
4.10	Elektrický výkon	123
4.11	Koľko zaplatíme za energiu	124
4.12	Účinnosť ohrevu	126
4.13	Rozvetvený elektrický obvod	128

5. Návrhy a príklady aktivít. 131

5.1	Aký objem má minca?	131
5.2	Merajte závislosť pružnej sily od predĺženia pružiny	132
5.3	Tiažová sila predlžuje pružinu silomeru	133
5.4	Elektrická sila	133
5.5	Magnetická sila pôsobiaca medzi dvoma magnetmi	134
5.6	Magnetická sila pôsobiaca medzi cievkou a magnetom	134
5.7	Ako rastie rastlina?	135
5.8	Analyzujte vývoj populácie v dvoch krajinách	136
5.9	Simulácia prejazdu automobilu križovatkou	137
5.10	Experimentálne overenie zákona zachovania hybnosti	138
5.11	„Strelba“ z pružinového kanóna	139
5.12	Ako funguje elektrický obvod?	140
5.13	Overte hypotézu: „Prúd v kovovom vodiči závisí od teploty“	141
5.14	Zostavte elektrický obvod a odmerajte odpor rezistora	141
5.15	Ako závisí elektrický odpor vodiča od jeho dĺžky?	142
5.16	Regulátor napätia a jeho praktické využitie	144
5.17	Urobte si reostat	145
5.18	Urobte si reostat z ceruzky	146
5.19	Zobrazte graf závislosti $U = U(I)$ pre rezistor a žiarovku	146
5.20	Skúmajte vedenie prúdu v elektrolyte	148

Úvod

Fyzika sa vyvíja už viac ako dve tisícročia ako vedná disciplína, ktorá sa zaoberá prírodou (starogrécke slovo fyzis znamená prírodu). Postupne sa od nej oddelilo viacero disciplín zameriavajúcich sa na živú prírodu (napr. biológia) alebo na špecifické vlastnosti látok (chémia) a vznikli z nich samostatné vedné disciplíny. Napriek postupnej špecializácii prírodných vied sa fyzika aj naďalej zaoberá skúmaním javov živej aj neživej prírody. Metódy skúmania javov, postupy spracovania informácií a meracie prostriedky, ktoré vznikli vo fyzike sa využívajú takmer vo všetkých prírodných, lekárskejších a technických vedách.

Nezanedbateľný je vklad fyziky do rôznych technických zariadení, ktoré udržiavajú v chode dopravu, zdravotníctvo, komunikačné siete, priemysel, výskum. Konštrukcia týchto zariadení, ale rovnako aj zhotovovanie bežných technických prostriedkov používaných v domácnostiach, by bez fyzikálnych poznatkov nebolo možné.

Fyzika svoje skúmanie sveta zakladá na hľadaní vzájomných súvislostí javov. Pozná napr. spôsob ako predpovedať polohu, ktorú ľubovoľná planéta zaujme v určitom čase na nebeskej sfére, ale vie tiež poradiť pri výbere vhodnej práčky do domácnosti. Javy, ktoré skúma, sú veľmi rozmanité a na ich opis je spravidla potrebná matematika. Preto pre mnohých ľudí – nefyzikov – predstavuje fyzika málo prehľadnú a ťažko pochopiteľnú disciplínu.

Napriek tomuto názoru je pre všeobecne vzdelaného človeka nevyhnutné oboznámiť sa so súborom fyzikálnych poznatkov o prírodných javoch, s ktorými sa v živote často a bežne stretáva. Zároveň je potrebné zvládnuť súbor praktických činností, ktoré podmieňujú každodenné prežitie: Fyzikálny základ má aj naše správanie v automobile, obsluha mikrovlnky alebo bezpečné pripojenie elektrického spotrebiča na napäťový elektrický zdroj.

Pre 1. ročník vyučovania fyziky na štvorročnom gymnáziu autori navrhujú fyzikálne témy rozdelené do piatich kapitol. Prvá z nich sa zaoberá predovšetkým meraním a hodnotením jeho presnosti. Druhá kapitola je zameraná na pohyb telies v závislosti od času a v súvislosti so silovým pôsobením, ktoré pohyb ovplyvňuje. Tretia kapitola dáva do súvislosti pohyb s prácou a energiou. Štvrtá kapitola sa zaoberá elektrickým prúdom a základnými vlastnosťami elektrického obvodu. Návod na vybrané žiacke aktivity k jednotlivým témam prvých štyroch kapitol sa nachádzajú v piatej kapitole.

Obsah učebnice je zostavený v súlade so štátnym vzdelávacím programom tak, aby sa realizoval na vyučovacích hodinách s delenou triedou. Delenie na menšie počty žiakov je potrebné pri väčšine tém, aby sa získal priestor na plánované aktivity a na vyhodnotenie a interpretáciu ich výsledkov. Očakávame, že pri väčšine aktivít sa žiaci rozdelia do troj-štvorčlenných tímov, v ktorých si podelia prácu a budú navzájom diskutovať o jej výsledkoch. Predpokladá sa, že v organizácii vyučovacej hodiny so žiackou aktivitou sa nájde čas na stručné referáty hovorcov skupín o dosiahnutých výsledkoch a na utriedenie poznatkov získaných pri riešení aktivity.

Učebnica na viacerých miestach vyžaduje spracovanie zadaných alebo odmeraných dát na počítači. Niektoré fyzikálne úlohy vyžadujú opakované riešenia so zmenenými parametrami. Na tieto ciele odporúčame využiť programy na spracovanie dát a na simulácie softvérového prostredia Coach 7, Coach 7 Lite, Coach 6 alebo Coach 6 Lite. Informácie o týchto programoch ako aj ďalšie materiály k tejto učebnici sú dostupné na stránke fmph.uniba.sk/pppl.

Program Excel je súčasťou programového balíka Microsoft Office a nachádza sa preto na väčšine počítačov vybavených operačným systémom Windows. Program C6lite je programový systém, ktorý umožňuje zber a grafické spracovanie dát. Je voľne šíriteľný a jeho slovenská verzia je k dispozícii pod názvom Lite SK na www stránke <http://www.ddp.fmph.uniba.sk/~demkanin/CoachWebII/CoachUvod.htm>. Spracovateľské a simulačné programy uvádzané v učebnici, zostavené v programoch Excel alebo C6lite, je možné stiahnuť z portálu „Popularizácia vedy“ zo servera FMFI UK Bratislava z adresy <http://www.ddp.fmph.uniba.sk/~koubek/indexESFpop.htm>. Na tejto adrese sa nachádzajú aj ďalšie súbory zo študijného DVD, na ktoré sa učebnica na viacerých miestach odvoláva.

Veľa úspechov pri práci s textom učebnice prajú študentom gymnázia a ich učiteľom

Autori

Bratislava, júl 2012



Podakovanie

V septembri 2008 dostali kolegovia z osemnástich slovenských gymnázií od autorov k dispozícii časť materiálov, ktoré sa neskoršie použili ako podklady pre tvorbu tejto učebnice. Na anketové otázky o vlastných skúsenostiach a o možnostiach využitia textov, sprievodných a pomocných materiálov a počítačových aplikácií vo vyučovaní prírodovedných predmetov na gymnáziu, odpovedali učitelia fyziky z jedenástich škôl:

Gymnázium Párovská 1, Nitra, Gymnázium J.G. Tajovského, Banská Bystrica, Gymnázium Veľká okružná 22, Žilina, Gymnázium SNP, Dobšiná, Gymnázium Dubnica nad Váhom, Gymnázium Krompachy, Gymnázium Považská Bystrica, Súkromné gymnázium Dneperská 1, Košice, Gymnázium V. B. Nedožerského, Prievidza, Gymnázium Žiar nad Hronom, Piaristické gymnázium Trenčín.

Názory učiteľov získané v ankete využili autori pri zostavovaní učebnice, a preto považujú za milú povinnosť vyjadriť svoje poďakovanie za spoluprácu im, ako aj ich kolegom vyučujúcim na ich pracoviskách prírodovedné predmety. Vopred ďakujeme aj za ďalšie podnety a pripomienky, ktoré vzniknú počas práce s učebnicou.





1. Pozorovanie, meranie, experiment

Fyzikálna veda má význačné postavenie tak v systéme prírodných ako aj technických vied. Fyzikálne poznatky sa využívajú takmer vo všetkých oblastiach vedy a techniky. Aj v každodennom živote ťažko nájdete oblasť, do ktorej by fyzika nezasahovala prostredníctvom niektorej zo svojich aplikácií.

Fyzika spolu s biológiou a chémiou patrí k experimentálnym vedám. Mnohé svoje poznatky získava pozorovaním javov v prírode a meraním veličín, pomocou ktorých sa dajú opísať. Niekedy zasahuje do priebehu fyzikálnych dejov a experimentuje s nimi – upravuje ich v laboratórnych podmienkach, aby odhalila zákony, ktorými sa riadia.

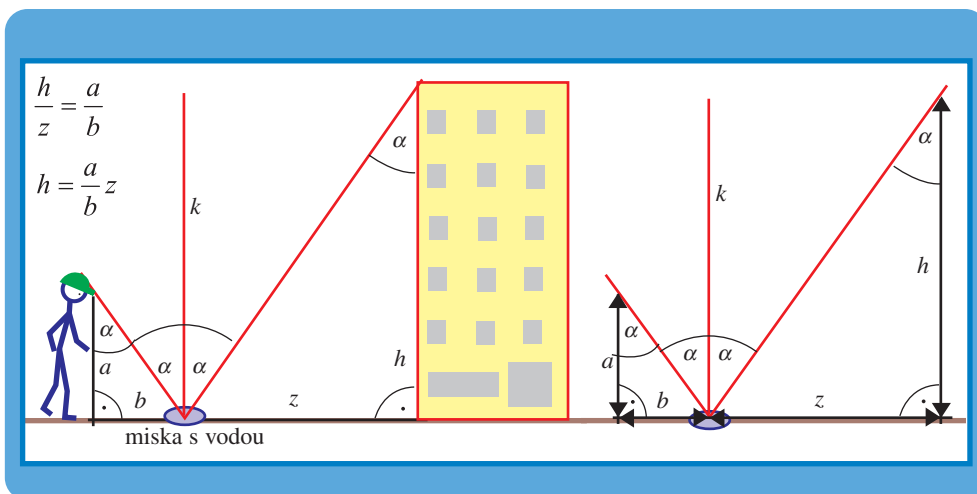
Pozorovať javy, merať a experimentovať je jednou z hlavných úloh aj školskej fyziky. V nasledujúcej kapitole sa preto budeme zaoberať niektorými pravidlami, ktoré by ste mali poznať a riadiť sa nimi pri meraní a spracovaní nameraných hodnôt. Počas celého kurzu fyziky budeme tieto pravidlá postupne dopĺňať a spresňovať tak, aby ste sa ich naučili používať aj v bežnom živote a aj mimo fyziky.

Začneme s riešením jednoduchého problému.

1.1 Ako riešime problém

Chlapec dostal za úlohu odmerať výšku budovy jednoduchými prostriedkami. K dispozícii mal misku s vodou a bežné dĺžkové meradlo. Spôsob riešenia, ktorý si zvolil je na obrázku. Využil pri ňom fyzikálne poznatky. Uvážme, aké vedomosti použil.

Aká je výška budovy?



Analýza problému – hľadanie fyzikálnych súvislostí

Podľa akého zákona sa riadi svetelný lúč?

Ktoré trojuholníky sú navzájom podobné?

Misku s vodou použil ako zrkadlo s ideálne vodorovným povrchom. Ak by bolo práve po daždi, stačila by aj kaluž.

Chlapec si uvedomil, že pravouhlé trojuholníky s odvesnami a , b a h , z sú navzájom podobné, a preto pre pomer ich strán platí:

$$\frac{h}{z} = \frac{a}{b} \Rightarrow h = \frac{a}{b} z$$

Pri príprave experimentu ho možno na chvíľu zdržal problém so zrkadlením obrazu. Prečo nepoužil zrkadlo? Pravdepodobne zistil, že nie je také ľahké umiestniť zrkadlo do vodorovnej polohy – aj keby mal poruke vodováhu.

Návrh a príprava merania

Každá, aj tá najmenšia odchýlka zrkadla od vodorovnej polohy spôsobí odchýlku uhla dopadu kolmice k od zvislej polohy a tým sa zmenia aj hodnoty ostatných uhlov. Tak sa do riešenia úlohy vnesú chyby, ktoré ovplyvnia celé meranie výšky budovy. Nakoniec si uvedomil, že nič nie je „vodorovnejšie“ ako hladina vody v miske alebo v kaluži.

Postup merania fyzikálnej veličiny

Riešenie úlohy, ktoré je naznačené na obrázku, je typickým príkladom fyzikálneho postupu merania požadovanej veličiny. Pri takomto postupe je potrebné:

- **Uvedomiť si cieľ a pripraviť hypotézu o jeho splnení** (V našom prípade odhadnúť výšku budovy podľa počtu podlaží. Budova by mohla mať výšku približne 21 m).
- **Využiť predchádzajúce poznatky** (zákon odrazu, podobnosť trojuholníkov).
- **Navrhnuť metódu merania**, použiť ju a odmerať potrebné hodnoty.
- **Odmerané údaje spracovať** a vypočítať z nich výsledok (výšku budovy).

Namerané údaje

$$\begin{aligned} a &= 159 \text{ cm} \\ b &= 101 \text{ cm} \\ z &= 1\,210 \text{ cm} \end{aligned}$$

Chlapec vykonal merania a získal údaje.

Dosadením do vopred pripraveného vzťahu a jeho vypočítaním pomocou kalkulačky dostal výsledok:

$$h = \frac{a}{b} z = \frac{159}{101} 1\,210 \text{ cm} = 1\,904,851 \text{ cm}$$

Výsledok merania zapísal tak, ako si ho prečítal na kalkulačke.

Budova má výšku 1 904,851 cm.

Výsledky merania zapisujeme tak, aby bolo zrejmé, ako presne sme ich merali.

Pravdepodobne si neuvedomil, že tento zápis znamená, že výšku budovy odmeral s presnosťou na stotiny milimetra. Na druhej strane hodnoty a , b , z , z ktorých tento výsledok počítal, sú odmerané s presnosťou na jeden centimeter. Preto aj do výpočtov dosadzoval ich hodnoty s takým počtom platných číslíc, aby boli vyjadrené v celých centimetroch.

Na displeji kalkulačky sa zobrazujú číselné hodnoty s určitým počtom číslíc, napr. 8 alebo viac – spravidla s väčším počtom ako sme schopní využiť. Preto pri zápise výsledku výpočtu zobrazeného na displeji sa obvykle obmedzíme len na určitý počet platných číslíc.

Dohoda o zaokrúhľovaní čísel

V prípade, že odmerané hodnoty, ktoré vstupovali do nášho výpočtu, mali len tri platné číslice, nemal by mať ani náš výsledok výšky budovy väčší počet platných číslíc. Po zaokrúhlení na tri platné číslice vychádza výška budovy

$$1\,904,851 \text{ cm} = 19,04851 \text{ m} \approx 19,0 \text{ m}$$

Preštudujte si text o zaokrúhľovaní čísel.

Poznámka

Študijný text o platných čísliciach a o ich používaní je na konci článku.

Úlohy

1. Odmerajte výšku niektorej vysokej budovy vo vašom okolí.
2. Použite metódu merania, ktorú ste práve poznali, na odmeranie výšky vašej miestnosti.
3. V staroveku vraj použil Thales z Miletu na zmeranie výšky egyptských pyramíd metódu, pri ktorej porovnával dĺžku vlastného tieňa s dĺžkou tieňa pyramídy. Pokúste sa vymyslieť, navrhnúť a použiť vlastnú metódu využitia vášho tieňa na odmeranie výšky stromu alebo budovy.

Preštudujte si

Hodnoty fyzikálnych veličín, ktoré pri riešení úloh vstupujú do výpočtov sú obvykle výsledky merania. Zapisujeme ich s takým počtom číslic, ktorý zodpovedá presnosti s akou sme merali. Príklady odmeraných veličín sú v tabuľke:

Veličina		Počet platných číslic	Spôsob merania
čas	$t = 10,35 \text{ s}$	4	odmerané stopkami (v stotinách sekundy)
dráha	$s = 12,1 \text{ m}$	3	odmerané pásmom (deleným na decimetrové dieliky)
hmotnosť	$m = 0,080 \text{ g}$	2	odmerané na analytických váhach (v tisícinách gramu)
priemer drôtu	$d = 1,2 \text{ mm}$	2	odmerané posuvným meradlom (v desatinách milimetra)

Čo v prípade, keď na konci čísla sú nuly?

Vtedy pri jeho vyjadrení využívame mocniny desiatky alebo násobné jednotky, napr.:

Mesiac je od Zeme vzdialený $380\,000 \text{ km} = 380 \cdot 10^3 \text{ km}$.

Hustota kvapaliny

$$\rho = 1200 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} = 1,2 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1,2 \cdot 10^3 \frac{10^3 \text{ g}}{10^6 \text{ cm}^3} = 1,2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Pri riešení úloh, kde pracujeme so súčinnami a podielmi veličín (tiež mocninami a odmocninami) sa z praktických dôvodov snažíme, aby sa počty ich platných číslic príliš navzájom nelíšili. Preto niektoré z nich zaokrúhlime tak, aby mali o jednu alebo dve platné číslice viac, ako hodnota veličiny s najmenším počtom platných číslic. Riadime sa pri tom nasledujúcim pravidlom:

Posledná platná číslica zaokrúhleného čísla sa nezmení, ak prvá zanedbaná číslica bola menšia ako 5. Ak prvá zanedbávaná číslica má hodnotu 5 alebo väčšiu, posledná platná číslica zaokrúhleného čísla sa zväčší o jednotku.

Napr.: Pri zaokrúhľovaní čísel 0,0562 a 0,2363 na dve platné číslice dostaneme

$$0,056\,2 \approx 0,056; \quad 0,236\,3 \approx 0,24$$

Zaokrúhľovanie výsledku

Príklady

1. Ak vzťah, z ktorého sme vypočítali výsledok, má tvar súčinu alebo podielu veličín, výsledok zaokrúhľujeme na rovnaký počet platných číslic, aký prislúcha veličine s najmenším počtom platných číslic. Napr. hustota ρ valca s hmotnosťou 522,25 g, s plošným obsahom základne 12 cm^2 a výškou 26,6 cm je

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{522,25 \text{ g}}{12 \text{ cm}^2 \cdot 26,6 \text{ cm}} \approx 1,63612 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3} \approx 1,64 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$$

2. Ak vzťah, z ktorého sme vypočítali výsledok, má tvar súčtu alebo rozdielu veličín, výsledok zaokrúhľujeme na rovnaký počet desatinných miest, aký prislúcha veličine s najmenším počtom miest za desatinnou čiarkou. Napr., ak sčítujeme veľkosti síl, $F_1 = 103,22 \text{ N}$ a $F_2 = 12,9 \text{ N}$, ktoré pôsobia v jednej priamke

$$F = F_1 + F_2 = 103,22 \text{ N} + 12,9 \text{ N} = 116,12 \text{ N} \approx 116,1 \text{ N}$$

Zaokrúhľovanie výsledku, ktorý vznikol násobením alebo delením

Po výpočte násobením a delením veličín zaokrúhľujeme výsledok na toľko platných číslic, koľko ich má veličina s najmenším počtom platných číslic.

Zaokrúhľovanie výsledku, ktorý vznikol sčítaním, alebo odčítaním

Po výpočte sčítaním alebo odčítaním veličín zaokrúhľujeme výsledok na toľko desatinných miest, koľko ich má veličina s najmenším počtom desatinných miest.

1.2 Fyzikálne veličiny a ich jednotky

Charakteristickým znakom fyzikálnej práce je kvantitatívny opis skúmaných javov: Vlastnosti objektov, napr. telies, ktoré fyzika skúma, vyjadrujeme ako **fyzikálne veličiny**, ktoré charakterizujú objekt – napr. dĺžka (l), hmotnosť (m), hustota (ρ), tlak, teplota, alebo veličiny vyjadrujúce elektrické alebo magnetické prejavy telies.

Aby sa niektorá vlastnosť objektu stala fyzikálnou veličinou, musíme ju vedieť merať. To je možné len vtedy, keď pre veličinu stanovíme fyzikálnu jednotku.

Sústava fyzikálnych jednotiek SI

Fyzika venuje značnú pozornosť definícii jednotky fyzikálnej veličiny a pokúša sa o jej zavedenie tak, aby ju bolo možné jednoducho realizovať.

Zavedenie jednotky na meranie fyzikálnej veličiny by nemalo byť ťažké. Mohli by sme napr. vyhlásiť, že na meranie dĺžky budeme používať pиаď – vzdialenosť medzi koncami palca a prostredného prsta ruky, pri ich maximálnom roztvorení. Zrejme by tak ale vznikol problém: piade, ktoré by používali rôzni ľudia, by sa navzájom líšili. Z tohto dôvodu fyzici takmer na celom svete používajú jednotnú sústavu fyzikálnych jednotiek – sústavu SI.

Úsilie o vytvorenie sústavy jednotiek viedlo v minulých storočiach k zavedeniu základných jednotiek pre najčastejšie používané veličiny. Boli to predovšetkým veličiny hmotnosť m , dĺžka l a čas t , ktoré mali praktický význam nielen pre fyziku, ale aj pre každodenný život. Na zavedenie jednotiek sa pôvodne využívali javy, s ktorými sa ľudia stretávali v prírode. Tak napr.

- jednotka času, **sekunda**, sa odvodila ako zlomok času, ktorý uplynie pri jednom otočení Zeme,
- jednotka dĺžky, **meter**, mala zodpovedať jednej desaťmilióntine dĺžky štvrtiny určitého poludníka Zeme,
- jednotka hmotnosti, **kilogram**, je hmotnosť jedného kubického decimetra vody.

Väčšina základných jednotiek sa dnes definuje oveľa presnejším spôsobom – vo väčšine prípadov pomocou fyzikálnych javov, ktoré sú nepremenné. Budete sa s nimi postupne oboznamovať v ďalších častiach fyziky.

V nasledujúcej tabuľke je uvedený prehľad siedmich veličín a ich jednotiek, ktoré sú základnými jednotkami sústavy SI.

Pri skúmaní fyzikálnych javov v budúcnosti zistíte, že na ich opis potrebujete aj iné fyzikálne veličiny. Zoznam fyzikálnych veličín sa bude postupne dopĺňať.

Základné jednotky fyzikálnych veličín

Sústava SI obsahuje **sedem základných jednotiek fyzikálnych veličín**. V tomto kurze fyziky budeme potrebovať len prvé štyri z nich.

Veličina		Jednotka	
názov	značka	názov	značka
hmotnosť	m	kilogram	kg
dĺžka	l	meter	m
čas	t	sekunda	s
elektrický prúd	I	ampér	A
termodynamická teplota	T	kelvin	K
látkové množstvo	a	mól	mol
svietivosť	I	kandela	cd

V tlačенých textoch sa značky veličín uvádzajú zásadne *šikmým písmom* – kurzívou (m , l , F , ...) a značky jednotiek veličín normálnym stojatým písmom (kg, m, N, ...).

Fyzika samozrejme pracuje aj s mnohými ďalšími veličinami ako napr. sila, výkon a pod.

Ich jednotky obvykle vyjadrujeme pomocou základných jednotiek. Vychádzame z definičného vzťahu veličiny. Každú z veličín vystupujúcu v jej definičnom vzťahu dáme do hranatej zátvorky, aby sme naznačili, že ju chceme vyjadriť pomocou jej jednotky a potom do vzťahu jednotky dosadíme.

Veličinu rýchlosť v by sme mohli definovať vzťahom

$$v = \frac{s}{t}$$

kde t je čas, za ktorý prešlo teleso dráhu s rýchlosťou v . Určte jej jednotkový rozmer v sústave SI.

$$[v] = \frac{[s]}{[t]} = \frac{\text{m}}{\text{s}} = \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Poznámka

Aby sme mohli vlastnosť objektu vyjadriť kvantitatívne – ako fyzikálnu veličinu – musíme sa predtým dohodnúť, v akých jednotkách ju budeme merať. Uprednostňujeme základné jednotky zo sústavy SI, ale niekedy, z praktických dôvodov, používame aj ich násobky a diely.

Ak označíme fyzikálnu veličinu písmenom (symbolom) X , jej jednotku označíme $[X]$ a jej číselnú hodnotu $\{X\}$, tak môžeme veličinu vyjadriť vzťahom $X = \{X\}[X]$.

Fyzikálna veličina = číselná hodnota veličiny $\times$ jednotka veličiny

$$X = \{X\}[X]$$

Príklad

$$s = 20,4 \text{ cm}, \quad t = 11,8 \text{ s}, \quad v = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Zo zápisu pre fyzikálnu veličinu vyplýva, že keď chceme vyjadriť *číselnú hodnotu* $\{X\}$ fyzikálnej veličiny, zapisujeme to pomocou vzťahu, ktorý má na pravej strane podiel veličiny a jej jednotky

$$\{X\} = \frac{X}{[X]}$$

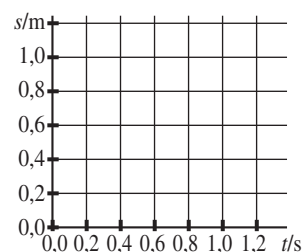
Číselné hodnoty fyzikálnej veličiny zvykneme zapisovať napr. do stĺpcov tabuliek alebo na osi grafov. Preto záhlavie tabuliek alebo osi grafov spravidla označujeme podielom, ktorý je na pravej strane vzťahu.

Na obrázkoch vpravo je príklad tabuľky, do ktorej sa chystáme zapisovať odmerané hodnoty dráhy s pohybu telesa v závislosti od času t a príklad súradnicovej sústavy, ktorá je pripravená na zobrazenie grafu závislosti dráhy od času, $s = s(t)$.

$m, l, F, \dots$ **značky veličín**
 $\text{kg, m, N}, \dots$ **značky jednotiek**

Príklad
Definícia jednotky veličiny rýchlosti

	$\frac{t}{\text{s}}$	$\frac{s}{\text{m}}$	
1			
2			
3			
4			
5			
6			



1.3 Pohyb ručičiek hodín a plynutie času

Všetky ľudské činnosti sa odohrávajú v čase. Čas je fyzikálna veličina, na ktorú nemáme žiadny vplyv. Plynutie času a jeho neustále rovnomerné narastanie nevieme ovplyvniť, napr. obrátiť opačným smerom.

Rovnomerné a od nás nezávislé plynutie času využívame, aby sme opísali priebeh iných dejov, ktoré pozorujeme okolo nás. Každý dej, ktorý poznávame sa obvykle dá charakterizovať niektorou fyzikálnou veličinou. Fyzika potom opíše dej tak, že vyjadrí, ako sa táto veličina mení v závislosti od plynúceho času.

t – značka veličiny čas

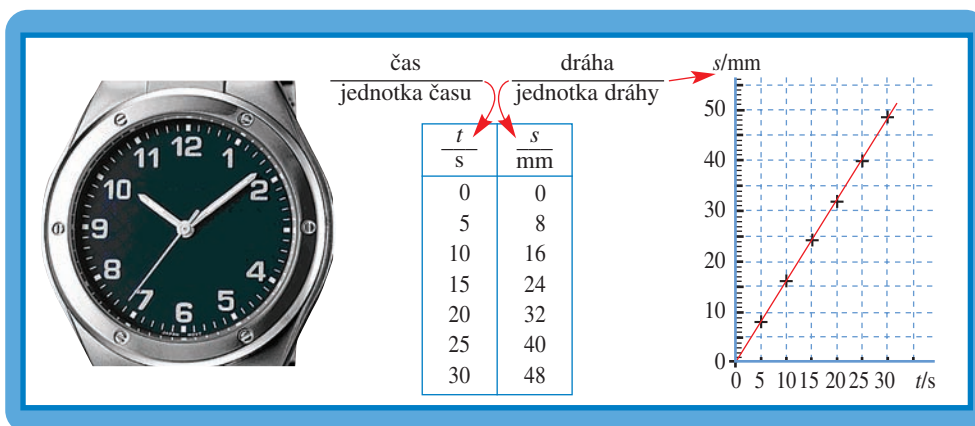
s – značka veličiny dráha

sekunda – názov jednotky času

s – značka jednotky času

milimeter – jednotka dráhy

mm – značka jednotky dráhy



Na obrázku je znázornený pohyb hrotu sekundovej ručičky hodín okolo ciferníka, tabuľka hodnôt t , s a graf. Sekundová ručička hodín má od osi až po hrot dĺžku 14 mm.

Dráha sa mení

v závislosti od času

(Aby sme nemuseli vždy vypisovať celú túto vetu, používame často symbolický zápis $s = s(t)$.)

Tabuľka odmeraných

hodnôt t , s – jeden zo spôsobov, ktorým sa vyjadruje **závislosť dráhy od času**.

Graf závislosti dráhy od času – iný spôsob, ktorým sa vyjadruje **závislosť dráhy od času**.

Z tabuľky vyplýva, že ručička sa pohybuje tak, že každých päť sekúnd prejde (opíše) vzdialenosť dĺžky 8 mm. Aby sme súvislosť medzi vzdialenosťou prejdenou hrotom a časom nemuseli opisovať zložitými vetami, používame značky veličín. Vzdialenosť, ktorú hrot ručičky prešiel do určitého času t nazveme **dráha** a označíme ju s .

Odmerali sme dvojice t , s – navzájom zodpovedajúcich veličín času t a dráhy s – a zapísali sme ich do tabuľky.

Iný spôsob vyjadrenia závislosti dráhy od času je **graf**.

Najčastejšie budeme kresliť grafy v **sústave navzájom kolmých číselných osí**. Na vodorovnú os obvykle vynášame hodnoty tej veličiny, ktorá sa mení nezávisle od nás, alebo tej, ktorú vieme meniť - regulovať. V našom prípade je touto veličinou čas t .

Pri kreslení grafu najprv zobrazíme číselnú os – pripíšeme hodnoty číselnej stupnice k čiarkam, ktoré oddeľujú susedné dieliky. Hornú hranicu stupnice volíme podľa maximálnej hodnoty veličiny zapísanej v tabuľke. Osi grafu označíme pomocou zlomku so šikmou zlomkovou čiarou. Zlomok má v čitateli značku zobrazovanej veličiny a v menovateli jej jednotku (napr. v našom prípade t/s , s/mm).

Do takto pripravenej pravouhlej sústavy osí s číselnými stupnicami zobrazíme body so súradnicami, ktorých hodnoty sa rovnajú odmeraným hodnotám, ktoré sme v dvojiciach zapísali do tabuľky. Nakoniec vedíme zobrazenými bodmi čiaru grafu. Nie je vždy nevyhnutné, aby čiara grafu prechádzala všetkými zobrazenými bodmi – ich súradnice sú odmerané hodnoty a bývajú zaťažené chybami.

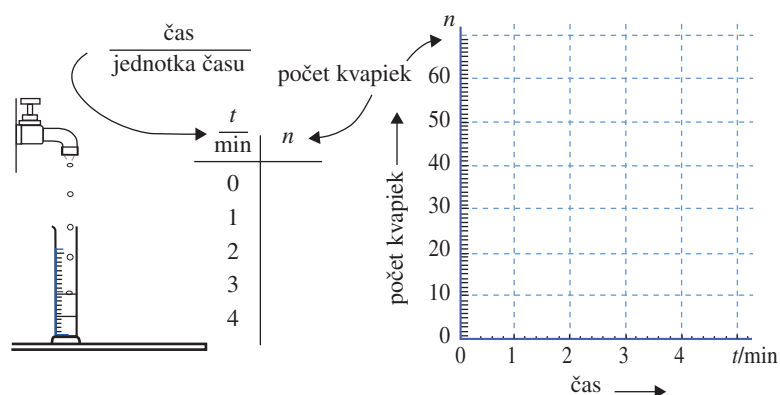
Poloha bodu zobrazeného na grafe často nesúhlasí s polohou, ktorú by mal mať, keby sme zobrazované veličiny (v našom prípade t , s) dokázali odmerať presne. Preto čiaru grafu kreslíme tak, aby prechádzala čo najtesnejšie okolo zobrazených bodov. Dbáme na to, aby na nej neboli zlomy a vlny. Fyzikálne grafy obvykle zodpovedajú dejom, ktoré prebiehajú v prírode a vlastnosti prírody sa spravidla menia plynule – bez náhlych skokov a zlomov.

Úlohy – plánujte a vykonajte merania.

1. Stanovte dráhy, ktoré hrot sekundovej ručičky prešiel v navzájom rovnakých časoch $t = 5$ s. Preskúmajte obrázok vpravo a vysvetlite, prečo nemôžeme merať dráhu s pomocou pravítka.
2. Vyhľadajte a použite čo najpresnejšiu metódu, pomocou ktorej by sme zostavili tabuľku a zobrazili graf závislosti dráhy hrotu sekundovej ručičky hodín od času. Môžete použiť vlastné hodinky. Ak máte len digitálny časomerač, riešte úlohu pre hodinky zobrazené v úvode tohto článku.
3. Kvapká vám doma vodovod?
Naplánujte meranie, zostavte tabuľku a zostrojte graf závislosti $n = n(t)$, počtu kvapiek od času.

Aproximácia výsledkov merania grafom

Čiaru grafu vedieme čo najtesnejšie okolím zobrazených bodov.



1.4 Chyby merania

Chyba merania

Pojem **chyba merania** spravidla označuje každú **odchýlku** odmeranej hodnoty veličiny od jej **správnej hodnoty**. Správnu (presnú, skutočnú) hodnotu meranej veličiny väčšinou nepoznáme, preto ani nevieme určiť, ako sa od nej odmeraná hodnota odchyľuje. Pretože potrebujeme vedieť do akej miery sú naše merania reálne a použiteľné, musíme hľadať spôsob, ako odhadnúť alebo aspoň čiastočne opraviť chybu, ktorej sa pri meraní dopúšťame.

Na príklade si ukážeme, ako možno stanoviť chybu merania odhadom.

Chyby merania môžu mať rozmanité príčiny:

Náhodné chyby

Náhodné chyby

Spôsobujú ich nepostrehnuteľné vplyvy okolia, napr. pri meraní náhodne drgneme do meradla, inokedy chybu spôsobí prievan, náhly záchvev budovy a pod. Nedokážeme ich vopred predvídať, ani jednoducho odhaliť.

Sústavné chyby

Sústavné chyby

Ide o chyby, ktoré sa opakujú pri každom meraní. Obvykle jednostranne zaťažujú odmerané hodnoty. Napr. pri meraní hmotností predmetov kladieme merané predmety na miskú váh a nepovšimneme si, že je na nej prilepená priesvitná lepiaca fólia s hmotnosťou 0,01 g. Potom zrejme všetky hmotnosti, ktoré odmeriame, nám budú vychádzať práve o túto hodnotu väčšie. Sústavnú chybu spravidla môžeme odhaliť analýzou výsledkov merania.

Chyby spôsobené nesprávnou metódou



Chyby spôsobené nesprávnou metódou merania

Vráťme sa na chvíľu k predchádzajúcemu článku a riešme úlohu 1.

Máme odmerať dráhu, ktorú prejde hrot sekundovej ručičky hodín pri jednom obehu.

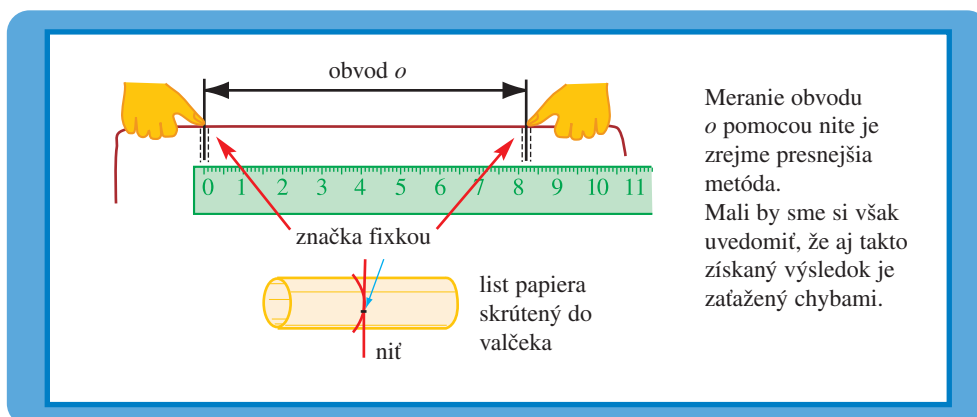
Uvážme, aké máme možnosti úlohu riešiť a aké chyby ovplyvnia výsledok merania, napr.:

- Vzdialenosti, ktoré prejde hrot ručičky v päťsekundových intervaloch budeme merať pomocou pravítka a potom odmerané hodnoty spočítame.
- Na ciferníku vymodelujeme kruhovú dráhu hrotu ručičky pomocou nite, ktorej dĺžku potom odmeriame pravítkom.
- Odmeriame polomer kružnice, po ktorej sa hrot pohybuje a dráhu vypočítame ako obvod kružnice ($o = 2\pi r$).

Metódu b) sme zrejme vymysleli preto, lebo sme si uvedomili, že obvod vypočítaný ako súčet úsečiek l bude menší ako obvod zložený z oblúkov s ($12\ l < 12\ s$).

Ako sa budú líšiť výsledky merania obvodu získané metódou a) a metódou b)?

Veľkosti obvodu kružnice, po ktorej sa pohybuje sekundová ručička, stanovené metódami a) a b), sa líšia o hodnotu $12\ s - 12\ l$. Aký je percentuálny rozdiel medzi výsledkami získanými metódami a) a b)?



Návrh metódy merania

Vysvetlite, ako sme pri vyobrazenom meraní postupovali!

Úloha

Odhadnite chybu, spôsobenú metódou merania (nie náhodnými vplyvmi). Uvažujte, aké môžu byť **zdroje chýb** – napr. čiara fixkou na niti má určitú šírku alebo si nie sme istí, či sme merali obvod v rovine kolmej na os papierového valca atď.

Pri našom meraní (na obrázku) sme odmerali obvod $o = 82 \text{ mm}$ a chybu merania sme odhadli na 6 mm . Pretože spravidla nevieme, či sme odmerali o 6 mm viac alebo menej, zvykneme zapisovať chybu merania s obidvoma znamienkami: $\pm 6 \text{ mm}$.

Nakoniec výsledok merania zapíšeme ako **neúplné číslo**:

$$o = 82 \text{ mm} \pm 6 \text{ mm}$$

Aj keď sa nám podarilo odhadnúť chybu merania, ešte stále by sme nevedeli odpovedať na otázku, či naše meranie bolo, alebo naopak nebolo, presné. Ako mieru presnosti používame veličinu, ktorú nazývame **relatívna (pomerná) chyba merania**.

Relatívna chyba merania (δ) je podiel chyby merania a odmeranej hodnoty fyzikálnej veličiny. Vyjadrujeme ju desatinným číslom alebo v percentách.

Relatívna chyba nášho merania dráhy (o), po ktorej sa pohybuje sekundová ručička hodín vychádza

$$\delta = \frac{6 \text{ mm}}{82 \text{ mm}} = 0,07317... \approx 0,07 \approx 7 \%$$

Presnosť merania posudzujeme podľa hodnoty relatívnej chyby.

Poznámka

Nesmieme zabudnúť, že stanovenie relatívnej chyby sme založili na odhade chyby merania (6 mm). Platí teda: Ak je náš odhad chyby merania (6 mm) správny, presnosť merania zodpovedá relatívnej chybe 7% .

Úloha

Pripravte a vykonajte meranie podľa úlohy 3 z predchádzajúceho článku. Merajte počet kvapiek z časovom intervale 20 s , 40 s , 60 s . Predpokladajte, že pri každom meraní sa môžete prepočítať o rovnakú hodnotu: $\pm$ jedna kvapka. Aká bude relatívna chyba pri vykonaných meraniach? Ktoré z meraní bude najpresnejšie?

Aké sú zdroje chýb merania?

Výsledok merania

Presnosť merania

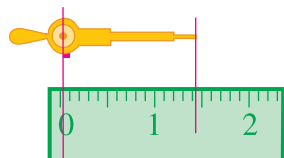
Relatívna chyba merania (δ)

$$\delta = \frac{\text{chyba merania}}{\text{odmeraná hodnota}}$$

Meranie je tým presnejšie, čím je relatívna chyba menšia.

1.5 Chyby meradiel a presnosť merania

Stanovenie dráhy hrotu ručičky hodiniek výpočtom



Chyba meradla

Chyba merania dĺžky pri použití meradla s milimetrovým delením sa odhaduje na 1 mm.

S akou presnosťou sme odmerali polomer kružnice?

S akou presnosťou sme určili obvod kružnice?

Porovnajme presnosť merania dĺžky valčekov.

V predchádzajúcom článku sme uviedli tri možné metódy merania dráhy, po ktorej sa pohybuje hrot ručičky hodín. Zaoberali sme sa len prvými dvoma metódami a), b). Tretia metóda c) využíva výpočet podľa vzťahu $o = 2\pi r$, kde r je polomer kružnice, po ktorej sa pohybuje hrot ručičky. Matematický výpočet dáva tejto metóde zdanlivú vierohodnosť a presnosť. Aká je ale skutočnosť?

Aby sme mohli vypočítať dráhu o , musíme najprv odmerať polomer kružnice, po ktorej sa hrot ručičky pohybuje. Použijeme pravítko s milimetrovým delením a snažíme sa k nemu priložiť ručičku hodín tak, aby sme mohli stanoviť dĺžku r . Obvykle zistíme, že úloha nemá jednoduché riešenie: Nie sme schopní jednoznačne vyhlásiť, s ktorými čiarkami stupnice sa stotožňujú koniec a začiatok meranej úsečky, a tak sa na začiatku a na konci meranej úsečky môžeme pomýliť o 0,5 mm. V najmenej priaznivom prípade (treba s ním počítať) odmeriame na obidvoch stranách o 0,5 mm väčšiu alebo o 0,5 mm menšiu hodnotu.

Musíme teda pripustiť, že pri meraní dĺžky meradlom s milimetrovým delením treba odhadnúť maximálnu chybu, ktorej sa môžeme dopustiť, celkom na 1 mm. Výsledok zobrazeného merania potom je

$$r = 14 \text{ mm} \pm 1 \text{ mm}$$

Odtiaľ vychádza pre relatívnu chybu merania polomeru r kružnice

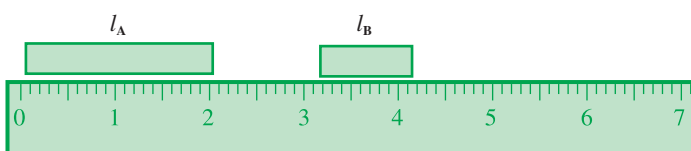
$$\delta(r) = \frac{1 \text{ mm}}{14 \text{ mm}} = 0,0714285... \approx 7 \%$$

Okrem polomeru r nevstupuje do výpočtu podľa vzťahu $o = 2\pi r$ žiadna iná veličina. Vypočítaná relatívna chyba merania polomeru je zároveň aj celkovou chybou výsledku úlohy merania obvodu o .

Ak sa pozrieme na výsledok riešenia tej istej úlohy v článku 1.4 inou metódou vidíme, že nám vychádza približne rovnaká relatívna chyba, ako pri meraní obvodu o metódou, ktorú sme označili b).

Poznámka

Viac o meraní dĺžok nájdete v študijnom texte na konci článku.



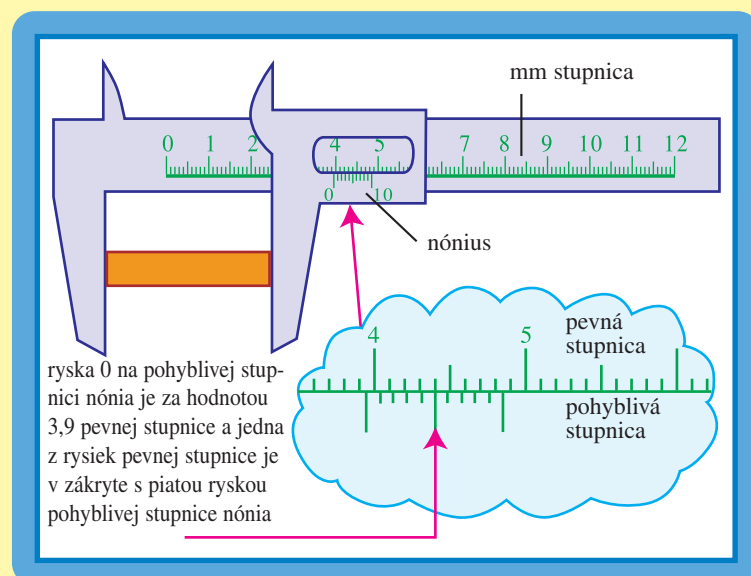
Úlohy

- Na obrázku je znázornené meranie dĺžky dvoch valčekov. Vysvetlite, ktorý z nich bol odmeraný s väčšou presnosťou a doložte to výpočtom.
- Po vyriešení úlohy by ste mali odpovedať na otázky:
 - Závisí meranie dĺžky určitým meradlom od veľkosti meraného predmetu?
 - Závisí relatívna chyba merania dĺžky určitým meradlom od veľkosti meraného predmetu?

3. Odmerajte a zapíšte dĺžky strán vášho zošita ako neúplné čísla a vyjadrite ich v jednotkách centimeter (cm) a meter (m).
4. Odmerajte posuvným meradlom niekoľkokrát za sebou hrúbku tuhy plniacej ceruzky, hrúbku vášho zošita atď. Zvážte, čo mohlo spôsobiť rozdiely vo výsledkoch jednotlivých meraní?

Preštudujte si

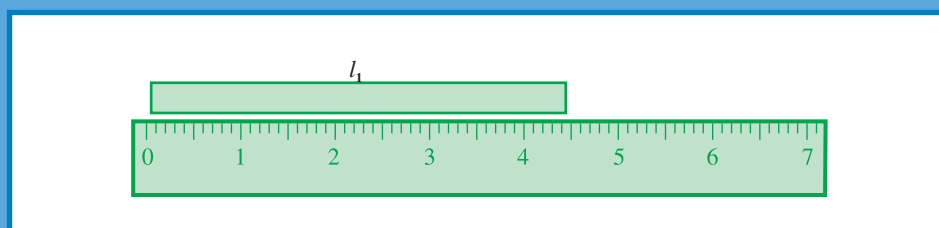
Často potrebujeme merať presnejšie – napríklad pri premeriavaní telies s malými rozmermi. Jedno z meradiel, ktoré umožňuje merať dĺžku s chybou 0,1 mm, je na nasledujúcom obrázku. Ide o posuvné meradlo. Vypožičajte si posuvné meradlo zo školského kabinetu a naučte sa s ním pracovať.



Posuvné meradlo

Na posuvnom meradle nájdeme dve stupnice – jednu s milimetrovým delením a ďalšiu stupnicu – nónius. Nónius zobrazeného meradla má dĺžku 9,0 mm rozdelenú na desať rovnakých dielikov. Meraný predmet vkladáme medzi čeluste meradla.

„Prečítame“ dĺžku v milimetroch (určuje ju poloha nulovej čiarky nónia na milimetrovej stupnici). Dĺžku zvyšnej časti dielika „prečítame“ na nóniu: Nájdeme čiarku nónia, ktorá sa kryje s niektorou čiarkou stupnice. Poradové číslo tejto čiarky určuje počet desiatín milimetra, ktoré treba pridať k hodnote určenej nulovou čiarkou nónia.



Meranie dĺžok

Na obrázku meriame dĺžku l valčeka pomocou meradla s milimetrovým delením. Valček zrejme nedokážeme priložiť k meradlu tak, aby sa obidva jeho konce stotožnili s čiarkami stupnice. Na každom konci valčeka treba odhadnúť, ku ktorej čiarkke stupnice je koniec valčeka bližšie. O akú najväčšiu dĺžku sa na každom konci valčeka môžeme pomýliť?

Preto musíme merané hodnoty zaokrúhľovať – najviac o pol dielika na začiatku a o pol dielika na konci valčeka. Musíme uvážiť, že môže nastať *nepriaznivý prípad*, pri ktorom napr. treba na jednom konci valčeka zaokrúhľovať o pol dielika (0,5 mm) nadol a na druhom konci o pol dielika (0,5 mm) nahor. Vtedy sa pravdepodobne dopúšťame chyby až +1 mm. O túto hodnotu môže byť správna hodnota dĺžky valčeka menšia alebo v opačnom prípade aj väčšia ako odmeraná hodnota.

Konce valčeka na obrázku sa nachádzajú najbližšie k čiarkam stupnice 0 mm a 44 mm. Pri chybnom odhade môže byť táto hodnota o odchýlku $\Delta l = 1$ mm väčšia alebo menšia. Vieme teraz, že správna hodnota dĺžky valčeka sa pravdepodobne nachádza v intervale s hranicami

$$(44 \text{ mm} - 1 \text{ mm}, 44 \text{ mm} + 1 \text{ mm}) = (43 \text{ mm}, 45 \text{ mm})$$

Za **najpravdepodobnejšiu hodnotu** l_p **meranej dĺžky** považujeme stred tohto intervalu, ktorý je *aritmetickým priemerom* jeho hraníc

$$l_p = \frac{43 \text{ mm} + 45 \text{ mm}}{2} = 44 \text{ mm}$$

Správna hodnota meranej dĺžky sa môže od tejto najpravdepodobnejšej hodnoty líšiť o odchýlku $\Delta l = \pm 1 \text{ mm}$. Hodnoty, ktoré nevieme určiť presne, ale o ktorých vieme, že sa nachádzajú vo vnútri určitého známeho intervalu, vyjadrujeme v matematike pomocou **neúplných čísel**. Výsledok merania dĺžky valčeka zapíšeme preto v tvare neúplného čísla

$$l_1 = 44 \text{ mm} \pm 1 \text{ mm}$$

Postup, ktorý sme si ukázali na príklade merania dĺžky, môžeme zovšeobecniť. Odmeranú hodnotu fyzikálnej veličiny X môžeme zapísať v tvare:

$$\text{odmeraná hodnota veličiny} = \text{najpravdepodobnejšia hodnota} \pm \text{chyba meradla}$$

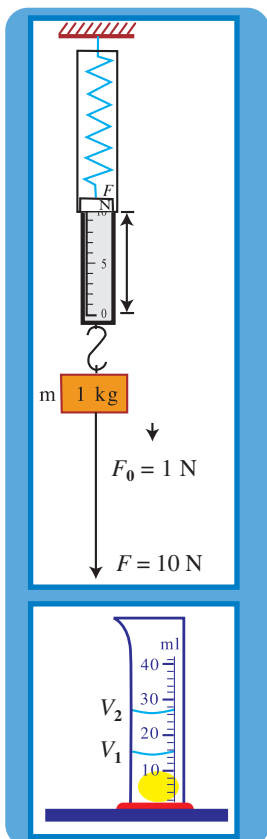
1.6 Chyby spôsobené vlastnosťami meradiel

Výsledky merania sú vždy zaťažené chybami. V predchádzajúcom článku sme ukázali, aké chyby môžeme očakávať pri meraní dĺžky meradlami so stupnicou, napr. pravítkom s milimetrovým delením alebo posuvným meradlom.

Teraz si na niekoľkých príkladoch ukážeme, že rovnako ako pri meraní dĺžky, postupujeme pri odhade chýb aj pri iných meradlách, ktoré majú stupnicu. Tak napr., ak stupnica má dieliky s šírkou približne 1 mm alebo menšou, každá hodnota, ktorú odčítame na stupnici je zaťažená chybou, ktorú odhadujeme na polovicu hodnoty jedného dielika.



Úlohy



1. Odmerajte teplotu v miestnosti liehovým alebo ortuťovým teplomerom, príp. vašu telesnú teplotu lekárskeym teplomerom (ortuťovým, nie digitálnym) a vyjadrite ju v jednotkách stupeň Celzia ($^{\circ}\text{C}$) spolu s chybou merania, napr. $36,2^{\circ}\text{C} \pm 0,5^{\circ}\text{C}$.
2. Na obrázku je znázornené meranie silomerom.
 - a) Zapíšte odmeranú hodnotu vrátane chyby merania. (Nezabudnite, že meraná hodnota je rozdiel dvoch hodnôt – jedna pri nezataženom silomere a druhá pri zavesenom závaží.)
 - b) Vyjadrite sa k presnosti, s ktorou ste silu odmerali.
3. Vľavo je naznačené meranie objemu vtáčieho vajička. Pred vložením vajička do odmerky bola hladina vody na úrovni označenej V_1 ml. (Mililiter (ml) je jednotka objemu, $1 \text{ ml} = 1 \text{ cm}^3$.) Určte objem vajička a vyhodnoťte presnosť s akou ste ho odmerali.

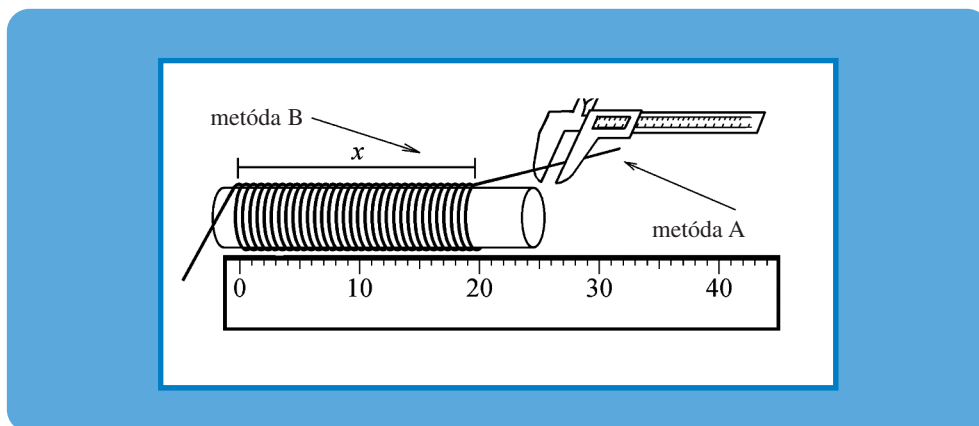
Poznámka

Všimnite si, čo zapríčiňuje chybu merania – hladina vody je prehnutá v tvare misky (meniskus). Vyskúšajte si to napr. v pohári s vodou.

1.7 Načo nám je aritmetický priemer alebo „Ako odvážiť zrnko ryže?“

Často potrebujeme odmerať fyzikálnu veličinu s presnosťou, ktorá presahuje možnosť našich meradiel. Napríklad drôt má priemer približne 1 mm. Potrebujeme ho odmerať s presnosťou, ktorej zodpovedá relatívna chyba merania nie väčšia ako 5 %. K dispozícii však máme len dĺžkové meradlo s milimetrovým delením alebo posuvné meradlo, ktorého nónius má veľkosť dielikov 0,1 mm.

Dve metódy merania priemeru drôtu



Pri priamom meraní drôtu meradlom s milimetrovým delením vychádza relatívna chyba 100 %. Také meranie očividne nemá zmysel.

Pri meraní posuvným meradlom (pozri metódu A na obrázku) vychádza relatívna chyba

$$\delta = \frac{0,1 \text{ mm}}{1 \text{ mm}} = 0,1 = 10 \%$$

Požiadavku úlohy „merať s relatívnou chybou menšou ako 5 %“ nespĺňa ani toto meranie.

Riešenie úlohy sme označili ako metóda B.

Na valček sme navinuli $n = 32$ závitov drôtu tesne vedľa seba tak, aby sa navzájom dotýkali. Na valčeku tieto závitky zaberajú dĺžku $x = 20 \text{ mm}$. Pri meraní dĺžky x meradlom s milimetrovým delením sa dopúšťame chyby $\pm 1 \text{ mm}$. Môžeme teda písať

$$n \times \text{hrúbka drôtu} = x \pm \text{chyba merania dĺžky}$$

$$32 \times \text{hrúbka drôtu} = 20 \text{ mm} \pm 1 \text{ mm}$$

Ak túto rovnicu vydelíme počtom závitov, vychádza

$$\text{hrúbka drôtu} = \frac{20 \text{ mm}}{32} \pm \frac{1 \text{ mm}}{32}$$

$$\text{hrúbka drôtu} = 0,625 \text{ mm} \pm 0,031 \text{ mm}$$

Po zaokrúhlení

$$\text{hrúbka drôtu} \approx 0,63 \text{ mm} \pm 0,03 \text{ mm}$$

$$\text{priemerná hodnota veličiny} = \frac{20 \text{ mm}}{32} = 0,625 \text{ mm} \approx 0,63 \text{ mm}$$

$$\text{priemerná chyba merania} = \frac{1 \text{ mm}}{32} = 0,031 \approx 0,03 \text{ mm}$$

V poslednom odseku vystupuje **priemerná hodnota veličiny**, ktorá v tomto prípade predstavuje „hrúbku drôtu“ (0,625 mm) a priemerná chyba tohto výsledku ($\pm 0,031$ mm). Ak použijeme tieto hodnoty na výpočet relatívnej chyby, vychádza:

$$\delta = \frac{0,031 \text{ mm}}{0,625 \text{ mm}} = 0,0496 \approx 0,05 = 5 \%$$

Drôt sa priemyselne zhotovuje metódou „ťahania“ z kovových prútov. Táto technológia spravidla nezaručuje, že v jednotlivých úsekoch sa hrúbky drôtu navzájom nelíšia. *Nemôžeme teda vyhlásiť*, že „určitý závit drôtu na obrázku má hrúbku 0,625 mm“ *ale len*: „je veľmi pravdepodobné, že hrúbka jednotlivých závitov sa od hodnoty 0,625 mm nelíši o viac ako o 0,031 mm“.

Aritmetický priemer meraní

Priemerná chyba aritmetického priemeru

Z nášho merania by sme mohli súdiť, že pri viacnásobnom meraní fyzikálnej veličiny je najpravdepodobnejšou hodnotou **aritmetický priemer jednotlivých meraní**.

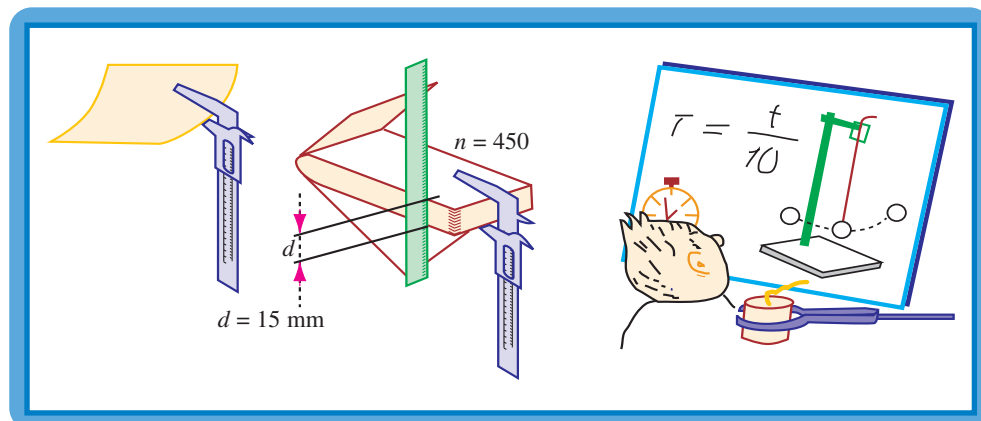
Chybu merania 0,031 mm, ktorú sme v našom príklade vypočítali, môžeme nazvať **priemernou chybou aritmetického priemeru**.

Rozdeľte sa do skupín po dvoch alebo troch žiakoch. V každej skupine riešte úlohu:

Odmerajte hrúbku listu papiera.
Odmerajte dobu kmitu kyvadla.

Uvážte, či by sa princíp metódy B z predchádzajúceho obrázka nedal použiť aj pri iných meraniach. Ponúkame dva námety.

(Kmit – pohyb kyvadla z jednej krajnej polohy do druhej krajnej polohy a späť do východiskovej polohy.)



- Odmerajte hrúbku mince, žiletky alebo listu papiera pomocou meradla s milimetrovým delením tak, aby relatívna chyba merania bola menšia ako 0,1 mm.
- Odmerajte objem kvapky vody pomocou injekčnej striekačky so stupnicou načítanou v jednotkách mililiter.
- Odmerajte hmotnosť zrnka ryže, špendlíka, kancelárskej spinky pomocou kuchynských váh.

Poznámky

Chybami, ktorých sa dopúšťame pri stanovení hodnoty veličiny merania pomocou aritmetického priemeru opakovaných meraní sa zaoberá teoretická disciplína **teória chýb**. Pre naše ciele je matematicky príliš náročná. Dá sa v nej odvodiť, že pravdepodobná chyba aritmetického priemeru n vykonaných meraní je nepriamo úmerná druhej odmocnine ($\sqrt{n}$) z počtu vykonaných meraní.

V praktickej fyzike sa pri profesionálnych meraniach vo fyzikálnom laboratóriu, používajú aj iné hodnotenia chýb merania. Tak napr. sa používa **priemerná chyba merania**, s ktorou budeme pracovať aj my v školských podmienkach.

2. Sila a pohyb

S pojmom a s veličinou **sila** sa vo fyzike ale i v bežnom živote stretávame veľmi často a v rôznych súvislostiach.

Na to, aby sila vznikla, sú potrebné dve telesá. Sila samotná nemôže existovať – vzniká len ako **výslednica vzájomného pôsobenia telies**. Vždy, keď hovoríme, že na teleso pôsobí sila, mali by sme si byť vedomí, ktoré druhé teleso sa na silovom pôsobení zúčastňuje.



Sila pôsobiaca na teleso môže meniť jeho tvar – deformuje ho. Ak má deformované teleso pružné vlastnosti, vráti sa po skončení silového pôsobenia do svojho pôvodného tvaru. Túto vlastnosť využijeme pri meraní sily. Najčastejším príkladom telesa s pružnými vlastnosťami je pružina silomeru (pozri obrázok vľavo).

Pri podrobnejšom pohľade na silomer zistíme, že jeho dieliky sa navzájom rovnajú. To znamená, že predĺženie x pružiny lineárne rastie so silou, ktorá ju napína. Koľkokrát väčšou silou na pružinu pôsobíme – toľkokrát viac sa pružina predĺži. Fyzikálnu závislosť medzi predĺžením x a silou F , ktorá ju napína môžeme napísať v tvare

$$F = kx$$

kde konštanta úmernosti k je **tuhosť pružiny**.

$$k = \frac{F}{x}$$

Poznámky

- Stupnicu silomeru na obrázku vľavo zrejme zostavil niekto, kto vedel silu merať. Aby sme vedeli ktorúkoľvek veličinu odmerať, musíme poznať jej jednotku. Zostavovateľ stupnice zrejme takú jednotku sily poznal a označil ju N (newton).
- Pre názornú predstavu: Ak by sme mali pružinu s tuhosťou $k = 1 \frac{\text{N}}{\text{m}}$,

o koľko by sa predĺžila pôsobením sily 1 N? Uvažujme o tom, či by bolo pre väčšinu pružín takéto predĺženie reálne?

Sila pôsobiaca na teleso môže meniť jeho pohybový stav. Na telesá pôsobíme silou, ak ich chceme uviesť z pokoja do pohybu alebo ak chceme zmeniť rýchlosť, ktorou sa pohybujú. Zo skúsenosti vieme, že sila pôsobiaca na teleso v smere jeho pohybu zrýchľuje pohyb telesa a naopak, sila pôsobiaca proti smeru pohybu, pohyb telesa spomaľuje. Inokedy zase je sila príčinou zakrivenia dráhy – trajektórie, po ktorej sa teleso pohybuje.

Pôsobenie sily na teleso sa môže prejaviť deformačným alebo pohybovým účinkom.

Pôsobenie telies je vždy vzájomné. Telesá sa pritom nemusia priamo dotýkať. Príklad je na obrázku vpravo: Zo vzdialenosti približne 380 000 km na seba navzájom pôsobia Zem a Mesiac gravitačnou silou, ktorá zakrivuje dráhu Mesiaca.

Sila

– **výslednica vzájomného pôsobenia telies**

Sila

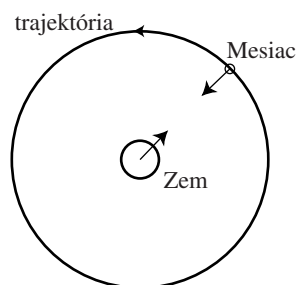
– **príčina zmeny tvaru telesa**

Lineárna stupnica silomeru

– **predĺženie pružiny lineárne rastie v závislosti od napínajúcej sily**

Sila

– **príčina zmeny pohybu telesa**



2.1 Skúmajte javy, v ktorých pôsobia sily

V niekoľkých nasledujúcich aktivitách sa oboznámime so silami, ktoré sa prejavujú pri rôznych fyzikálnych javoch. Rozdeľte sa do skupín, ktoré budú pracovať na jednej zo štyroch navrhnutých aktivít.

Pri každej navrhutej aktivite treba **preskúmať príčiny javu**:

Vyhľadať a slovne opísať **súvislosti medzi silou a vlastnosťami javu, ktoré vplývajú na veľkosť alebo aj smer sily** (napr. vzdialenosť, hmotnosť telesa, prechádzajúci prúd,...).

O každej zo zistených príčinných súvislostí treba urobiť stručný zápis. Nakoniec hovorca každej skupiny prezentuje výsledky, ktoré jeho skupina získala.

Aktivita 5.3

Gravitačná sila predlžuje pružinu silomeru

Aktivita 5.4

Pôsobenie elektrických síl

Aktivita 5.5

Magnetická sila pôsobiaca medzi dvoma magnetmi

Aktivita 5.6

Magnetická sila pôsobiaca medzi cievkou a magnetom

Preskúmajte javy

1. Gravitačná sila deformuje pružinu silomeru.
2. Pôsobenie elektrických síl.
3. Magnetická sila pôsobiaca medzi dvoma magnetmi.
4. Magnetická sila pôsobiaca medzi cievkou a magnetom.

2.2 Sila a jej jednotka

Gravitácia – príťažlivosť je jav, na ktorý sme si už zvykli natoľko, že ho ani nevnímame, napriek tomu, že je jednou zo základných podmienok našej existencie na povrchu Zeme. Na druhej strane, ľudia pomerne skoro pochopili, že medzi veľkosťou gravitačnej sily a hmotnosťou telesa je súvislosť, ktorá by sa dala využiť pri meraní hmotnosti telies.

Gravitačnou silou je k Zemi priťahované každé teleso na jej povrchu v smere do stredu Zeme.

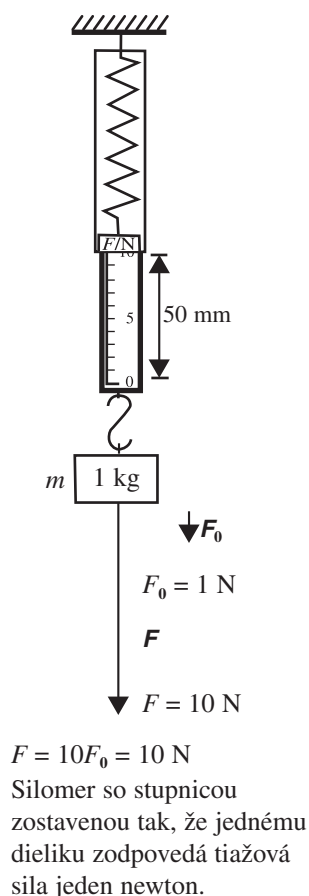
Na každé teleso spojené so Zemou vplyva otáčanie Zeme, ktoré veľkosť a smer gravitačnej sily ovplyvňuje. Pre gravitačnú silu ovplyvnenú otáčaním Zeme sa používa názov **tiažová sila**. Rozdiel medzi tiažovou silou a gravitačnou silou môžeme vo väčšine našich meraní a výpočtov považovať za zanedbateľne malý a pri riešení úloh môžeme tieto veličiny považovať za rovnaké. Preto budeme pre silu spôsobenú gravitáciou a aj pre tiažovú silu najčastejšie používať názov **gravitačná sila**.

Jednotkou sily v sústave jednotiek SI je newton (N). Sila s veľkosťou 1 N sa približne rovná jednej desatine veľkosti gravitačnej sily, ktorá na povrchu Zeme pôsobí v smere zvisle nadol na teleso s hmotnosťou 1 kg.

Pozri poznámku o meraní hmotnosti a úlohu na konci tohto článku.

Silu znázorňujeme pomocou **vektora sily**. Vektor sily je orientovaná úsečka, na ktorej **šípka vyznačuje smer**, v ktorom sila pôsobí. **Dĺžka vektora sily znázorňuje veľkosť sily**.

Na obrázku so silomerom je znázornený jednotkový vektor F_0 s dĺžkou, ktorú sme si zvolili, aby znázorňovala silu s veľkosťou $F_0 = 1 \text{ N}$. Vektor F znázorňuje silu, ktorá má rovnaký smer ako vektor F_0 , ale jeho dĺžka je desaťkrát väčšia.



Veľkosť gravitačnej sily F_g pôsobiacej na teleso na povrchu Zeme a hmotnosť m telesa navzájom súvisia podľa vzťahu $\frac{F_g}{m} = g$.

Fyzikálna veličina g sa nazýva **gravitačné zrýchlenie**. Jej hodnota sa vo všeobecnosti mení v závislosti od nadmorskej výšky a zemepisnej šírky. V matematicko-fyzikálnych tabuľkách sa uvádza hodnota, ktorú má táto veličina na štyridsiatom stupni zemepisnej šírky, pri hladine mora. Táto hodnota sa nazýva **normálne tiažové zrýchlenie**

$$g = 9,80665 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

Poznámky

1. Veličinou g – gravitačné zrýchlenie – sa budeme podrobne zaoberať v článku 2.19 a 2.20.
2. Pri riešení väčšiny školských fyzikálnych úloh, vystačíme s hodnotou gravitačného zrýchlenia, zaokrúhlenou na tri platné číslice, $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Takúto hodnotu gravitačného zrýchlenia by sme odmerali aj na väčšine územia našej krajiny.
3. Na prvý pohľad sa definícia jednotky sily dá jednoducho realizovať pomocou pružiny a závažia. Závažia, na ktorých je vyznačená ich hmotnosť v jednotkách kilogram alebo gram, vieme bez problémov nájsť doma alebo v školskom kabinete. Zamyslime sa však nad situáciou ľudí, ktorí naše jednotky hmotnosti nepoznali. Hmotnosť telies bola jedna z prvých veličín, ktoré ľudia museli zaviesť, aby si mohli navzájom vymieňať tovar – obchodovať. Tak napr. obyvatelia Mezopotámie, Sumerovia, neskôr Babylončania, už približne od tretieho tisícročia pred n. l. merali hmotnosť pomocou jednotiek, ktoré nazývali napr. *šekel* (dnes približne 8,4 g), *mina* (505 g), *talent* (30,5 kg). Svet sa vyvíjal a v rôznych jeho častiach, alebo dokonca aj v rôznych častiach tej istej krajiny ľudia zavádzali a používali navzájom sa líšiace jednotky hmotnosti. V modernej spoločnosti nastal zásadný pokrok až koncom 19. storočia, kedy začali vznikať zákony zavádzajúce v Európe metrický systém.

Úlohy

1. Obstarajte si pružinu a závažia. Plánujte a vykonajte experiment aby ste sa presvedčili, že medzi predĺžením x pružiny a silou F , ktorou pružinu napínáme, je priama úmernosť.
2. Trvalo dlho, kým si ľudia uvedomili, že pri zavedení jednotky je dôležitý obnoviteľný prototyp. (Např. porovnávať hmotnosť telesa s hmotnosťou určitého množstva vody.)
 - a) Napíšte krátku správu o definícii prototypu jednotky hmotnosti kilogram. Informácie vyhľadajte z dostupných písomných a elektronických zdrojov.
 - b) Vysvetlite, prečo takú jednotku bolo ťažké zaviesť dovtedy, kým sa nezačal metrický systém.
3. Predstavte si katastrofickú situáciu – všetky závažia na svete sa stratili alebo zničili. Vymyslite a naplánujte experiment, pri ktorom by ste obnovili prototyp jednotky hmotnosti.

Na obrázku vpravo je pod sklenenými zvonmi prototyp kilogramu, ktorý je uložený v Ústave pre miery a váhy v Sèvres pri Paríži.

Poznámka

Fyzikálne veličiny, ktoré majú nielen veľkosť ale aj smer, ako napr. sila alebo rýchlosť sa nazývajú **vektorové fyzikálne veličiny**.

Vektorové fyzikálne veličiny sa znázorňujú vektormi – úsečkami, na ktorých je smer vyznačený šípku a veľkosť veličiny je znázornená dĺžkou.

Vektorovosť fyzikálnej veličiny označujeme aj v textoch alebo v matematických výrazoch.

Gravitačná sila F_g pôsobí na každé teleso na povrchu a v okolí Zeme smerom do stredu Zeme (kolmo na vodorovný povrch Zeme).

Veľkosť F_g gravitačnej sily, ktorá na povrchu Zeme pôsobí na teleso s hmotnosťou m , určíme podľa vzťahu

$$F_g = mg$$



Príspevok archeológie k histórii matematicko-fyzikálnych vied: Súprava kamenných závaží, vykopaných v Mezopotámii.

Aktivita 5.2

Merajte závislosť sily od predĺženia pružiny



Vektorová fyzikálna veličina

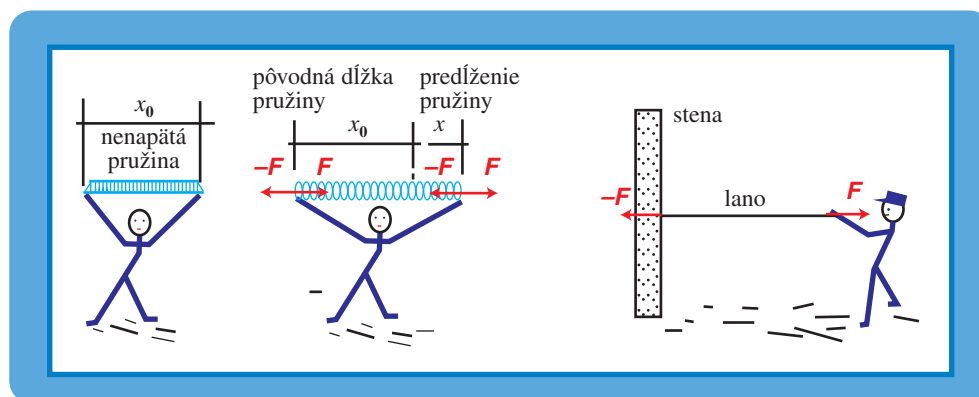
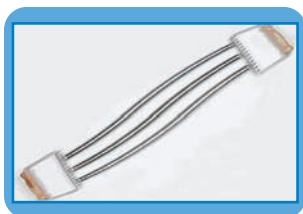
- V tlačenom texte sa vektorová fyzikálna veličina vyznačuje **tučným šikmým bezpäťkovým písmom**, napr. **$\mathbf{F}$** , **$\mathbf{v}$** ...
- V rukou písaných textoch, napr. pri zápisoch na školskej tabuli alebo v poznámkovom zošite, vyznačujeme *vektorovosť* veličiny pomocou vodorovnej šípky nad symbolom veličiny, napr. $\vec{F}$, $\vec{v}$.
- Ak v texte alebo pri výpočtoch potrebujeme len veľkosť fyzikálnej veličiny, nevyznačujeme jej *vektorovosť* a označujeme ju len symbolom veličiny, napr. F , v . Vo fyzikálnych vzťahoch, najmä pri praktických výpočtoch, často pracujeme s vektorovými fyzikálnymi veličinami aj bez toho, že by sme brali do úvahy ich vektorový charakter.

Skalárna fyzikálna veličina

Väčšina fyzikálnych veličín je určená len svojou veľkosťou. Tieto veličiny sa nazývajú **skalárne fyzikálne veličiny** – *skaláry*. Medzi skalárne fyzikálne veličiny patrí napr. *hmotnosť, dĺžka, čas, teplota*...

2.3 Vzájomné pôsobenie telies

Sila vzniká ako dôsledok vzájomného pôsobenia telies.



Vľavo: Chlapec napína pružinu – na jej koncoch pôsobia rovnako veľkými silami opačného smeru, $\mathbf{F}$ a $-\mathbf{F}$. Naopak – aj napätá pružina pôsobí na každú chlapcovu ruku silou, ktorej veľkosť je F .

Vpravo: Chlapec pôsobí na stenu silou $\mathbf{F}$ prostredníctvom tuhého (nepružného) lana, ktorého druhý koniec je pripevnený na stenu. Naopak, stena pôsobí prostredníctvom lana na chlapcovu ruku opačným smerom rovnako veľkou silou ($-\mathbf{F}$).

V predchádzajúcom článku sme pružné teleso – pružinu – používali pri meraní sily. Teraz si vezmeme pružinu, s ktorou cvičíme, aby sme sa udržali v dobrej kondícii (pozri obrázok). Zrejme sa nám zdá byť samozrejmé, že na pružinu treba pôsobiť z každej strany rovnako veľkou silou, opačnými smermi, aby sme ju udržali v pokoji nad hlavou.

Nie je to celkom samozrejmé v situácii na obrázku vpravo, kde chlapec ťahá k sebe jeden koniec lana, zatiaľ čo druhý koniec je pripevnený na hák zamurovaný v stene. Zdalo by sa nám, že pevná stena dokáže ťahať za „svoj“ koniec lana väčšou silou. Nie je to tak: Sila $-\mathbf{F}$, ktorou na lano pôsobí stena a sila $\mathbf{F}$, ktorou na to isté lano pôsobí chlapec sú vždy rovnako veľké a majú opačný smer. Môžeme sa o tom presvedčiť pomocou dvoch silomerov, z ktorých jeden by sme zaradili medzi stenu a jeden koniec lana a druhý medzi chlapcovu ruku a druhý koniec lana. (Predpokladáme pritom, že samotné lano má veľmi veľkú tuhosť a nespráva sa preto ako pružina.) Po takých experimentoch by sme mohli tvrdiť:

Dve telesá na seba navzájom pôsobia silami, ktoré sú rovnako veľké a majú opačný smer.

Naplánujte a vykonajte experiment

Ak chlapec pôsobí na stenu prostredníctvom lana určitou silou, pôsobí stena na chlapcovu ruku rovnako veľkou silou opačného smeru?

Tretí Newtonov pohybový zákon

Uvedená veta je dôsledkom zákona, ktorý v sedemnástom storočí objavil anglický fyzik **ISAAC NEWTON** (1643 – 1727), ktorý je pôvodcom myšlienky, že **sila je výsledok vzájomného pôsobenia telies**.

Newton v tom čase prišiel s tromi pohybovými zákonmi, na ktorých sa dodnes zakladá mechanika – veda o pôsobení síl a o pohyboch. Zákon o vzájomnom pôsobení telies, **tretí Newtonov pohybový zákon**, je dnes väčšine ľudí známy ako *zákon akcie a reakcie*.

Newton objavil tento zákon pred viac ako 300 rokmi a publikoval ho v diele *Matematické základy prírodovedy*. Svoj zákon (a ďalšie dva pohybové zákony) vyjadril ako axiómy (*axióma – tvrdenie, ktoré treba bez dôkazu prijať* - pozri informáciu na študijnom DVD). Nevyplývajú z iného zákona, možno sa však skúsenosťou, napr. experimentmi, presvedčiť o ich platnosti.

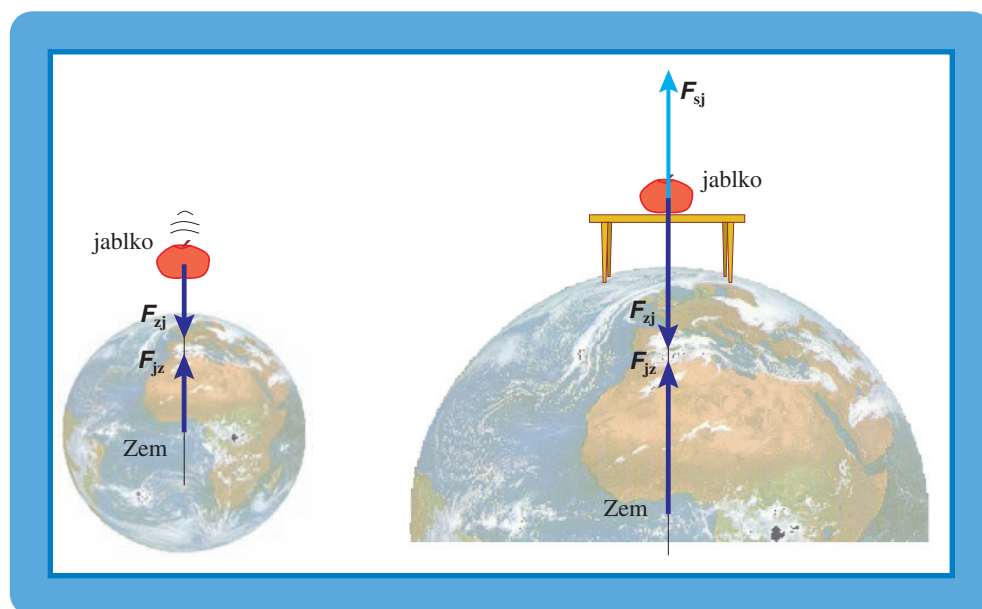
Newton svoj zákon o vzájomnom silovom pôsobení telies objavil pri skúmaní vzájomného gravitačného pôsobenia nebeských telies, Zeme a Mesiaca.

Zem pôsobí na Mesiac gravitačnou silou a naopak, Mesiac pôsobí na Zem silou rovnako veľkou opačného smeru. Hmotnosť Zeme je približne 81-krát väčšia ako hmotnosť Mesiaca. Preto sa môže zdať čudné, že Mesiac pôsobí na Zem rovnako veľkou silou ako je sila, ktorou Zem pôsobí na Mesiac.

Newton bol zrejme prvý, kto pochopil, že rovnako veľké sily pôsobiace na telesá, ktoré sa veľmi odlišujú svojimi hmotnosťami, budú mať veľmi rozdielne účinky. Tak je to napr. pri páde jablka na nasledujúcom obrázku.

Jablko, na ktoré pôsobí Zem gravitačnou silou F_{zj} padá a zmena jeho pohybu, spôsobená touto silou je dobre pozorovateľná.

Gravitačná sila F_{jz} , ktorou jablko pôsobí na Zem má rovnakú veľkosť ako sila F_{zj} . Hmotnosť Zeme je približne $10^{24} = 1\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000$ -krát väčšia ako hmotnosť jablka. V tomto pomere bude menší aj účinok sily F_{jz} na Zem, a teda bude prakticky nepozorovateľný.



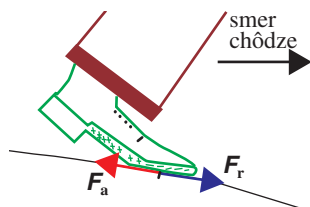
Vľavo: Jablko padá smerom k Zemi. Zem pôsobí na jablko gravitačnou silou F_{zj} . Rovnako veľkou silou F_{jz} , opačného smeru pôsobí jablko na Zem.

Vpravo: Jablko leží v pokoji na stole. Aby sa udržalo v stave pokoja na doske stola, musí naň smerom nahor tlačiť doska stola silou F_{sj} , rovnako veľkou ako je gravitačná sila F_{zj} , ktorou na jablko pôsobí Zem.

Jablko a Zem na seba navzájom pôsobia gravitačnými silami F_{zj} a F_{jz} .

Sily majú rovnakú veľkosť a navzájom opačný smer. Každá z nich pôsobí na iné teleso.

Na jablko ležiace na doske stola pôsobí Zem smerom nadol gravitačnou silou F_{zj} a smerom nahor naň tlačí doska stola rovnako veľkou silou F_{sj} . Obidve sily pôsobia na to isté teleso – jablko – a skladajú sa.



Obvykle si neuvedomujeme, že tretí Newtonov pohybový zákon sa uplatňuje aj pri našich bežných praktických činnostiach.

Napr. ak chceme urobiť krok, musí naša podošva pôsobiť na povrch cesty proti smeru pohybu silou F_a . Podľa 3. Newtonovho zákona na podošvu topánky pôsobí cesta silou F_r , ktorá má rovnakú veľkosť $F_r = F_a$, ale opačný smer. Z praxe vieme, že sila, ktorá „bráni“ pošmyknutiu topánky je trecia sila a spravidla sa ju snažíme rôznymi spôsobmi zväčšiť. Ak je trecia sila príliš malá – menšia ako sila F_a , nemôže vzniknúť ani jedna zo síl F_a , F_r a topánka sa šmykne smerom dozadu.

Úloha

Poobzerajte sa okolo seba a hľadajte a vymenujte javy, v ktorých telesá na seba pôsobia podľa tretieho Newtonovho pohybového zákona.

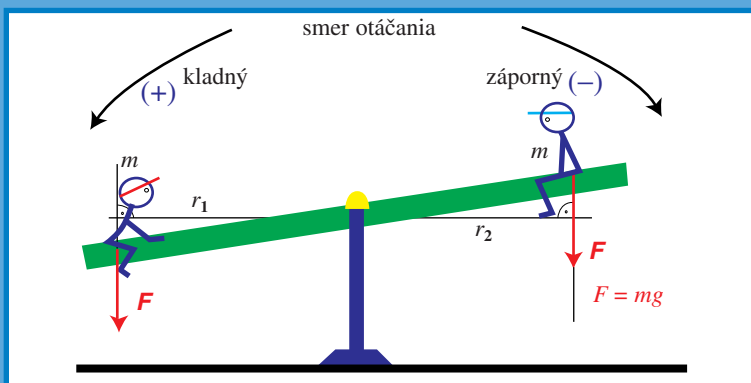
Poznámka

Tretí Newtonov pohybový zákon sa niekedy nazýva aj „zákon akcie a reakcie“. Tento názov nie je práve najvhodnejší a niekedy aj zavádzajúci. Pôsobenie dvoch telies je vždy vzájomné a sily, ktoré pôsobia na jedno a druhé teleso sa prejavajú súčasne: Nie sme schopní rozhodnúť v akom poradí vznikli, ktorá z nich je „akcia“ a ktorá „reakcia“. Napriek tomu sú tieto názvy síl tak zaužívané, že sa im dôsledne nevyhýbame ani v tomto texte.

2.4 Otáčavý účinok sily

Ako dostať hojdačku do vodorovnej polohy?

Za **kladný smer otáčania** sa zvyčajne považuje smer opačný ako pohyb ručičiek hodín.



Úloha

Dvaja chlapci s približne rovnakými hmotnosťami uviazli na hojdačke v polohe, ktorú sme znázornili na obrázku. Pretože obidvaja majú rovnakú hmotnosť m pôsobí na každého z nich rovnako veľká sila F smerom nadol.

Teraz by chceli v hojdaní pokračovať. Rozpamätajte sa ako sa táto úloha rieši v praxi. Jeden z chlapcov sa posunie pozdĺž hojdačky alebo sa aspoň nakloní. Urobí to pravdepodobne podvedome tak, aby hojdačka zaujala vodorovnú polohu. Ak sa mu to podarí, tak na striedavé výkyvy hojdačky postačí mierne vykláňanie tela zo zvislej polohy dopredu alebo dozadu.

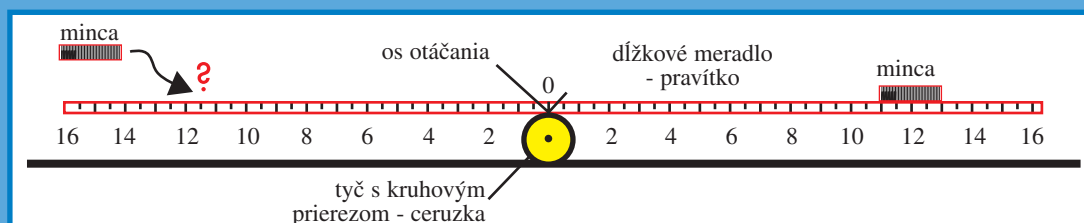
Fyzikálny problém sa nám tak redukuje na nasledujúcu úlohu: Akú podmienku musia spĺňať rovnaké sily F a vzdialenosti r_1 , r_2 od osi otáčania, aby sa hojdačka udržala vo vodorovnej polohe?

Problém

Fyzikálne riešenie si vyžaduje experiment a meranie. Začneme modelovaním javu ako na nasledujúcom obrázku. Budeme potrebovať dlhšie rovné a pevné pravítko (namiesto hojdačky), ceruzku s kruhovým prierezom (alebo iný valček) a niekoľko rovnakých mincí (namiesto hojdajúcich sa chlapcov).

Pomocou pravítka a dvoch rovnakých mincí zostavíme model hojdačky s dvoma chlapcami tak, aby pravítko zachovávalo vodorovnú polohu.

Ako udržať pravítko s mincami vo vodorovnej polohe?



- Kam treba položiť mincu, aby sa pravítko udržalo vo vodorovnej polohe?
- Udrží sa pravítko vo vodorovnej polohe, aj keď na ľavej strane použijeme namiesto jednej, dve mince rovnakej hodnoty ako má minca na pravej strane?
- Má táto úloha len jedno alebo aj viac riešení?
- Ako závisí otáčavý účinok sily od vzdialenosti mince od osi 0 otáčania?

Otáčavý účinok sily meriame pomocou fyzikálnej veličiny, ktorú označujeme M a nazývame **moment sily**. Veľkosť momentu sily vypočítame zo vzťahu $M = rF$, kde r je **rameno sily**.

Rameno sily je kolmá vzdialenosť medzi osou otáčania a priamkou, na ktorej leží vektor sily (pozri napr. vyznačené ramená sily na obrázku hojdačky v úvode článku).

Fyzikálna jednotka momentu sily nemá zvláštne pomenovanie, ale môžeme ju vyjadriť pomocou jednotky dĺžky a sily.

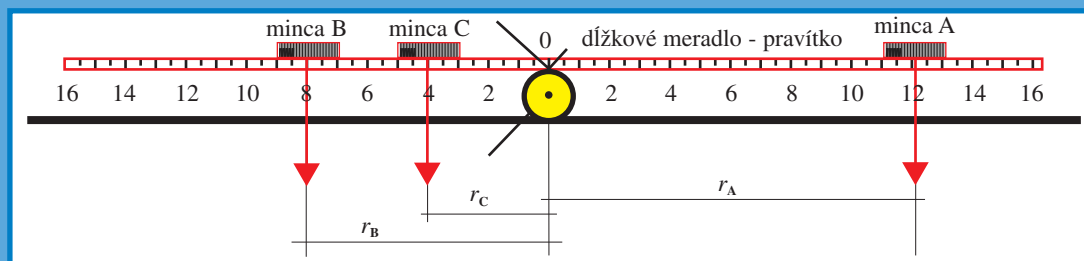
Moment sily

$$M = rF$$

Moment sily sa zväčšuje priamo úmerne s dĺžkou ramena sily.

Jednotka momentu sily

$$[M] = [r] [F] = \text{m} \cdot \text{N}$$

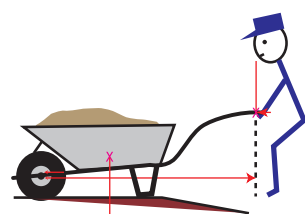
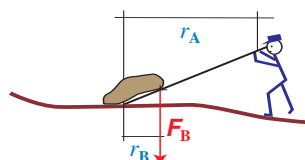
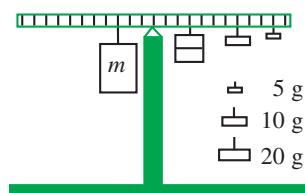


Na pravítku sú tri mince rovnakej hodnoty. Spočítajte momenty síl otáčajúcich pravítkom v navzájom opačných smeroch.

Úlohy

- Vráťte sa k obrázku chlapcov na hojdačke a vysvetlite aká fyzikálna podmienka musí byť splnená, aby sa hojdačka udržala v rovnovážnej (vodorovnej) polohe. (Pomôcka: Ktorá fyzikálna veličina vyjadruje otáčavý účinok sily?)
- Pokúste sa zostaviť čo najvšeobecnejšie platnú podmienku pre teleso v rovnovážnej polohe.

Pracujte s pojmami otáčanie hojdačky v kladnom/zápornom smere, súčet momentov síl, výsledný moment



3. Ako sa musia chlapci na hojdačke usadiť na začiatku hojdania

- ak majú rovnaké hmotnosti,
- ak sa ich hmotnosti líšia.

4. Akú hmotnosť m má závažie na obrázku vľavo?

5. Kameň, ktorý sa chlapec na obrázku pokúša prevrátiť, pôsobí na páku smerom zvisle nadol silou 500 N. Akou veľkou silou treba pôsobiť na páku zvisle nahor?

6. Vyhľadajte ďalšie príklady z každodenného života, v ktorých si pomáhame predlžovaním ramena sily.

7. Fúrik na obrázku vľavo má spolu s nákladom hmotnosť 120 kg a pôsobisko tiažovej sily si môžeme predstaviť v jeho ťažisku, ktoré sme označili krížikom (x).

Nakreslite vektory síl vo vyznačených smeroch tak, aby ich dĺžky boli v správnom pomere.

8. Obstarajte si predmet, ktorého hmotnosť poznáte (napr. závažie 10 g, 20 g, ...). Použite metódu merania na pravítku a **odmerajte hmotnosť euromincí**. Výsledky zoradte prehľadne do tabuľky. Presnosť vášho merania si overte na internete. V tabuľke odhadnite chyby a uveďte aj relatívne chyby vašich meraní.

9. Obstarajte si údaje o eurominciach a skontrolujte presnosť vašich meraní.

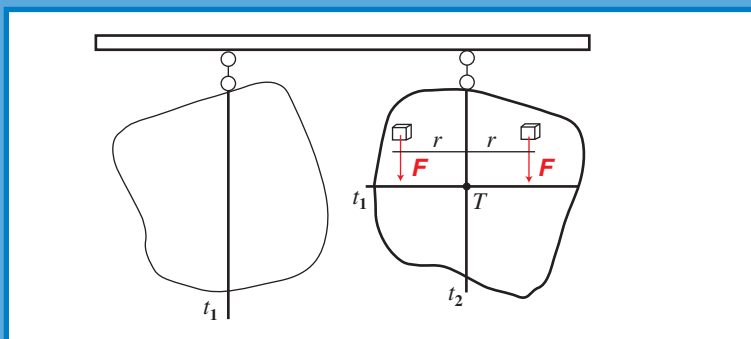
2.5 Rovnovážna poloha telesa

Priamka (ťažnica), prechádzajúca bodom závesu a ťažiskom zaveseného telesa má zvislú polohu.

Ťažisko telesa

V nižších ročníkoch ste sa zaoberali pojmom **ťažisko telesa** a hľadali ste jeho polohu v telesách rôzneho tvaru. Pripomeňme si:

Teleso postupne zavesíme v dvoch rôznych bodoch a vyznačíme na ňom smer ťažnice. Ťažisko telesa nájdeme ako priesečník dvoch ťažníc t_1 , t_2 .



Urobme myšlienkový experiment:

Predstavme si, že homogénne teleso sa skladá z ľubovoľne malých rovnakých objemov s navzájom rovnakými hmotnosťami, na ktoré pôsobia rovnako veľké gravitačné sily. Dve z týchto síl sme vyznačili na obrázku. Vybrali sme práve tie sily, ktorých otáčavé účinky na teleso sa navzájom vyrovnávajú. Postupne by sme takto mohli vybrať dvojice objemov s rovnakými hmotnosťami v celom objeme telesa. Sily, ktoré pôsobia na jednotlivé objemy telesa, majú otáčavé účinky. Ich otáčavé momenty, vzhľadom na ťažisko T telesa, sa navzájom vyrovnávajú. Ťažisko T telesa je bod, vzhľadom na ktorý sa súčet momentov týchto síl rovná nule. Súčet všetkých momentov gravitačných síl pôsobiacich na jednotlivé časti telesa, vzťahovaných na ťažisko T , sa rovná nule.

Podobným spôsobom by sme mohli uvažovať aj o sčítaní síl, ktoré pôsobia na jednotlivé postupne vyberané objemy telesa. Ich výslednica je celková gravitačná sila pôsobiaca na teleso.

Poznámka

V nepravidelnom telese, ktoré sme na predchádzajúcom obrázku znázornili, by sme sa pravdepodobne ťažko dokázali presvedčiť o nulovej hodnote súčtu momentov gravitačných síl pôsobiacich na jednotlivé objemy telesa. Skúste sa o tom presvedčiť na jednoduchšom telese napr. na pravítku, ktoré sme v predchádzajúcom článku podopreli v geometrickom strede – v ťažisku.

Úlohy

1. Uvážte, ako by ste našli ťažisko rôznych telies – súmerných aj nesúmerných. Vezmite do úvahy, že nie všetky telesá sú homogénne – skladajú sa z viacerých častí z rôznych materiálov, majú dutiny.
2. Kde sa nachádza ťažisko prsteňa, hlbokkej misky, dutého valca?
3. Ako by ste našli napr. ťažisko metly, tenisovej rakety a pod.?

Rovnovážna poloha telesa

Zo skúsenosti vieme, že každé teleso môžeme podoprieť alebo zavesiť tak, aby si zachovalo určitú polohu. Zavesené alebo podopreté teleso sa nachádza v stave, ktorý nazývame **rovnovážna poloha telesa**. Pravdepodobne si väčšina z nás pamätá názvy rovnovážnych polôh telesa.

- **Rovnovážna poloha stála** (stabilná poloha). Po malom vychýlení zo stálej rovnovážnej polohy sa teleso do nej vráti.
- **Rovnovážna poloha vratká** (labilná poloha). Po malom vychýlení z rovnovážnej polohy vráťkej sa teleso do nej nevráti a snaží sa zaujať rovnovážnu polohu stálu.
- **Rovnovážna poloha voľná** (indiferentná). Po malom vychýlení teleso ostane v novej polohe a nemení ju.

Na obrázku je príklad rovnovážnych polôh podopretého telesa – valca na vypuklej ploche a na dutej ploche. Podložky sa valec dotýka v priamke o , okolo ktorej sa musí začať otáčať, ak má zmeniť svoju polohu. Pri malom vychýlení vzniká moment tiažovej sily, ktorý vplýva na udržanie alebo na zmenu rovnovážnej polohy.

Ťažisko telesa je bod, vzhľadom na ktorý sa celkový moment gravitačných síl pôsobiacich na časti telesa rovná nule.

Ťažisko telesa považujeme za pôsobisko gravitačnej sily.

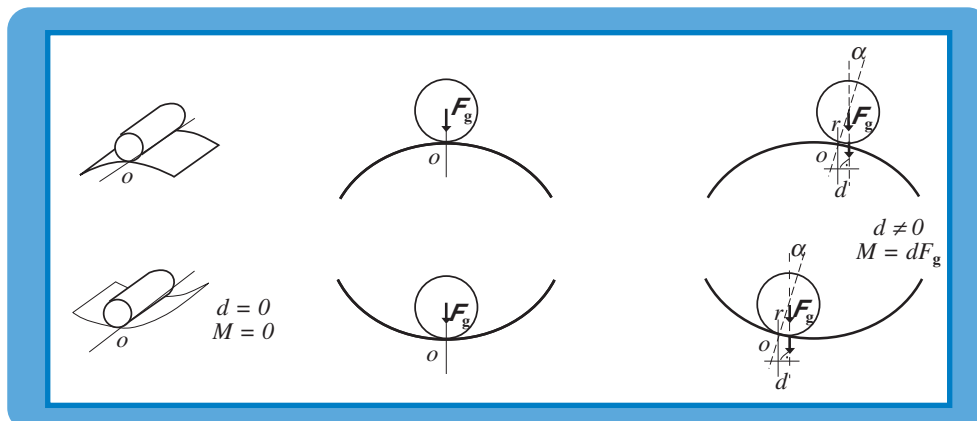
Hľadajte ťažiská telies

Musí ťažisko telesa ležať vždy v jeho vnútornej časti – nemôže ležať mimo telesa?

V homogénnom a pravidelnom telese, napr. v kvádri, valci alebo tyči, je ťažisko totožné so stredom súmernosti.

Rovnovážna poloha telesa

Valec v rovnovážnej polohe – hore na vypuklej valcovej ploche, dole na dutej ploche. Po malom vychýlení zo stálej (stabilnej) polohy sa valec opäť do tejto polohy vráti. Po malom vychýlení z vratkej (labilnej) polohy sa valec do tejto polohy nevráti.



Ako by ste doplnili náš obrázok znázornením valca vo voľnej (indiferentnej) polohe?

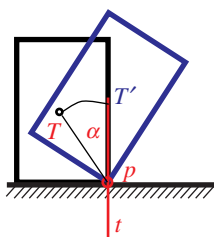
Z obrázkov vyplýva, že po vychýlení valca z rovnovážnej polohy vzniká moment $M = dF_g$ gravitačnej sily F_g . Pôsobením tohto momentu sa valec buď vráti do svojej pôvodnej stálej rovnovážnej polohy (na dutej ploche), alebo svoju pôvodnú vratkú rovnovážnu polohu celkom opustí (na vypuklej ploche).

Úloha

Koľko rovnovážnych stabilných polôh môže zaujať a) kocka, b) hranol, c) kváder, d) stolička s operadlom?

Stálosť polohy – stabilita

Ak ste vyriešili predchádzajúcu úlohu iste ste si všimli, že nie všetky stabilné rovnovážne polohy sú navzájom rovnocenné a že pri ich zmenách na iné stabilné polohy treba napr. pôsobiť väčšou silou. Tak by sme mohli napr. zistiť, že najviac úsilia treba vynaložiť pri zmene stabilnej rovnovážnej polohy kvádra, ktorý leží na svojej stene s najväčšou plochou. Mohli by sme teda vyhlásiť, že kváder má najväčšiu stálosť polohy – stabilitu vtedy, keď leží na svojej stene s najväčšou plochou.



Poznámka

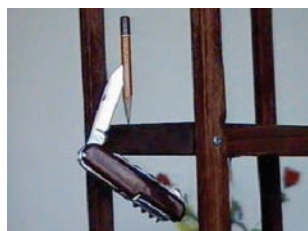
Na obrázku vľavo vidíme, ako sa jedna zo stabilných rovnovážnych polôh kvádra mení na inú rovnovážnu polohu. K zmene rovnovážnej polohy zrejme dôjde vtedy, keď zvislá ťažnica prechádzajúca ťažiskom kvádra pretne stranu p , okolo ktorej ho preklápame.

Kváder sa vráti do pôvodnej stabilnej rovnovážnej polohy ak ho otočíme okolo priamky p o uhol menší ako α .

Z obrázka vidíme, že za **mieru stability** by sme si mohli zvoliť napr. **výšku, do ktorej treba zdvihnúť ťažisko T** kvádra, aby sme ho dostali z polohy stabilnej do stavu s polohou ťažiska T' , pri ktorej sa už preklolí do inej rovnovážnej polohy.

Úlohy

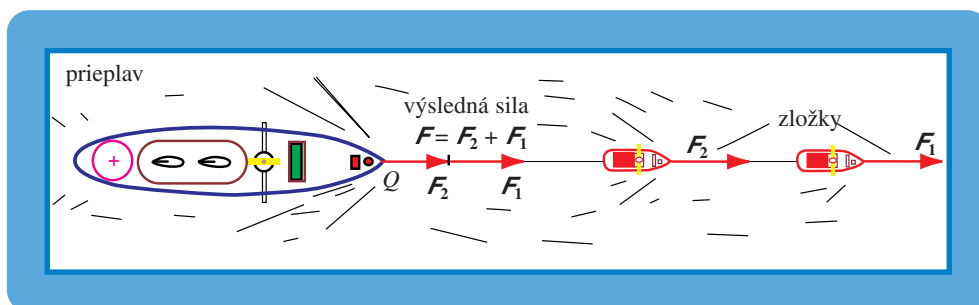
1. Experimentujte s kvádom: Ukážte, že pri jeho preklopení treba ťažisko zdvihnúť najvyššie vtedy, ak sa kváder nachádza v stave s najväčšou stabilitou.
2. Na študijnom DVD ponúkame na troch videozáznamoch („klTaznica“, „klTehly“, „klCer“) príklady stabilných polôh telies. Preskúmajte ich a hľadajte v nich súvislosti s fyzikálnym obsahom článkov 2.4 a 2.5 o *ťažisku, ťažniciach, rovnovážnych polohách a o stabilite telies*.



2.6 Skladanie síl pôsobiacich v priamke

So skladaním síl má skúsenosti každý z nás: Vieme si predstaviť, ako sa skladajú sily, ktorými pôsobia členovia tímu na lano pri preťahovaní. Často potrebujeme pomoc pri posúvaní skrine alebo ťažkej debny po dlážke.

Menej obvyklá je situácia znázornená na nasledujúcom obrázku. Veľkú dopravnú loď treba vytiahnuť úzkym prieplovom z prístavu na voľné more. Veľké lode majú malé možnosti manévrovať v obmedzených priestoroch, a preto na ich premiestňovanie sa používajú menšie, obratné lode – remorkéry. Na loď na obrázku zrejme jeden remorkér nestačil. Dva remorkéry pôsobia väčšou výslednou silou.



Veľkosti síl sa sčítajú

Dva remorkéry spojené za sebou lanami ťahajú loď úzkym prieplovom. Oceánsku loď je potrebné dopraviť na širšie more úzkym kanálom, a preto sú remorkéry pripojené za sebou – prvý k druhému a druhý k vlečenej lodi.

Remorkéry pôsobia v rôznych bodoch lana rovnakým smerom. Lano je upevnené v pôsobisku Q na proxe vlečenej lode. Aj keď sily nemajú spoločné pôsobisko, ich účinok sa prejaví v bode Q , na lodi, ktorú ťahajú. Účinok síl sa preniesol prostredníctvom lana do spoločného pôsobiska Q na proxe vlečenej lode.

Priamku, na ktorej leží pôsobiaca sila a po ktorej ju môžeme posúvať, nazývame **vektorová priamka sily**.

Účinky síl, ktorými pôsobia obidva remorkéry na lano sa skladajú a prejavujú sa v pôsobisku Q na prednej časti vlečenej lode. Zrejme by sme našli aj vlastné skúsenosti s tým, že pôsobenie viacerých síl v jednej priamke sa skladá do spoločnej výslednice.

Pokúsme sa naše skúsenosti zovšeobecniť.

Sily rovnakého smeru so spoločným pôsobiskom sa skladajú tak, že ich veľkosti sa navzájom sčítajú.

Logicky sa núka ďalšia predstava. Ak jedna zo síl pôsobí v smere pohybu a druhá proti smeru pohybu, veľkosť výslednej sily dostaneme ako ich rozdiel.

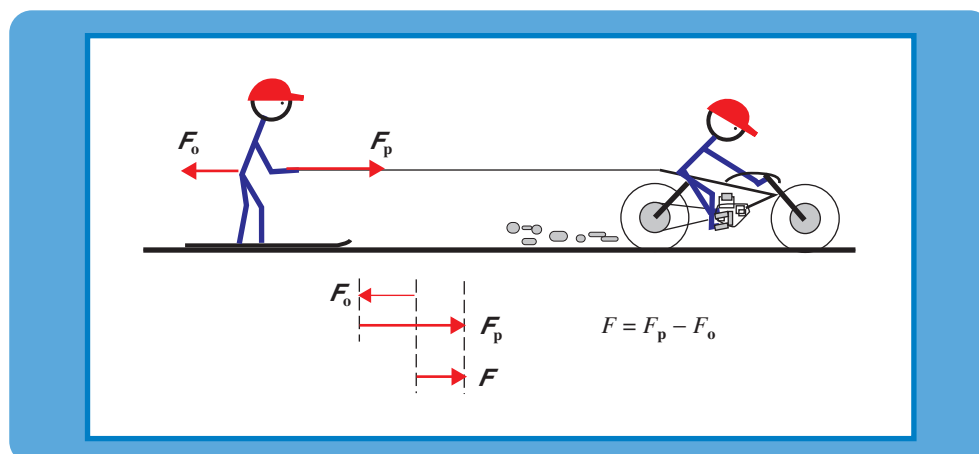
Na obrázku lode ťahanej remorkérmi sme skladali rovnobežné sily, ktorými pôsobili remorkéry na dopravnú loď, keď ju vliekli z prístavu na širšie more. Na ďalšom obrázku je teraz situácia znázorňujúca jeden zo zimných športov – lyžiara, ktorého ťahá na lane motocykel. Motocykel pôsobí na lyžiara silou F_p . Proti smeru pohybu pôsobí na lyžiara odporová sila F_o zložená z tretej sily a zo sily, ktorou naň pri pohybe pôsobí vzduch.

Posúvanie sily po vektorovej priamke sily

(Pozri poznámku na konci článku.)

Skladanie síl rovnakého smeru

Sladanie síl opačného smeru, pôsobiacich v spoločnej priamke



Motocykel ťahá lyžiara silou F_p . Proti smeru pohybu pôsobí na lyžiara odporová sila F_o . Výsledná sila má veľkosť $F = F_p - F_o$.

Úloha – na zamyslenie

Ako vplýva výsledná sila na pohyb?

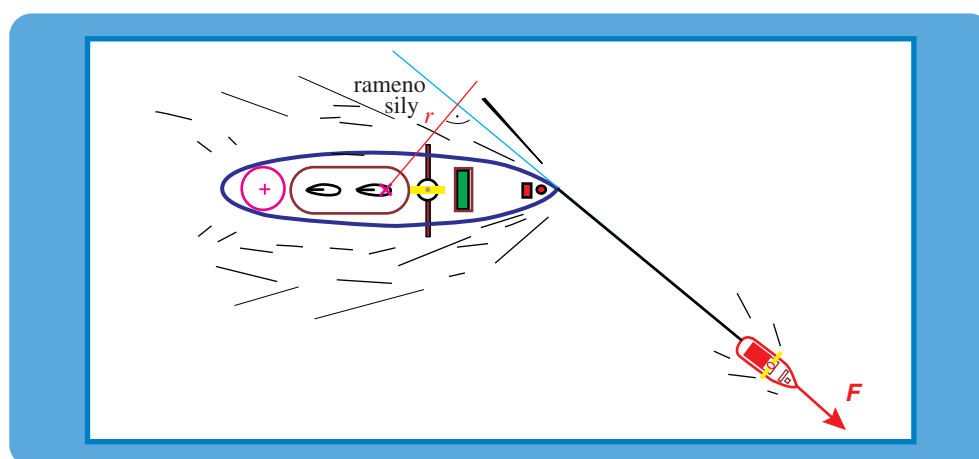
Preskúmajte ešte raz situáciu znázornenú na obrázku s lyžiarom za motocyklom. Vysvetlite, aké vzťahy musia byť medzi veľkosťami F_o , F_p síl, ktoré pôsobia na lyžiara, ak sa má jeho pohyb a) zrýchľovať, b) spomaľovať alebo c) ak sa má pohybovať stále rovnakou rýchlosťou.

Poznámka – k posúvaniu sily po vektorovej priamke

Na obrázku v úvode článku sme posúvali sily pozdĺž vektorovej priamky, v ktorej pôsobia. Vektorová priamka prechádzala ťažiskom lode, a preto žiadna zo síl nemala voči nemu otáčavý účinok.

Pozrime sa teraz na zložitejšiu situáciu: Vektorová priamka sily nepretína ťažisko lode. Sila F , ktorou remorkér pôsobí na lano upevnené na prove lode, pôsobí vzhľadom na ťažisko lode otáčavým momentom sily $M = rF$.

Sme oprávnení posúvať silu po vektorovej priamke, ktorá nepretína ťažisko telesa?



Remorkér na obrázku sa zrejme snaží loď otočiť.

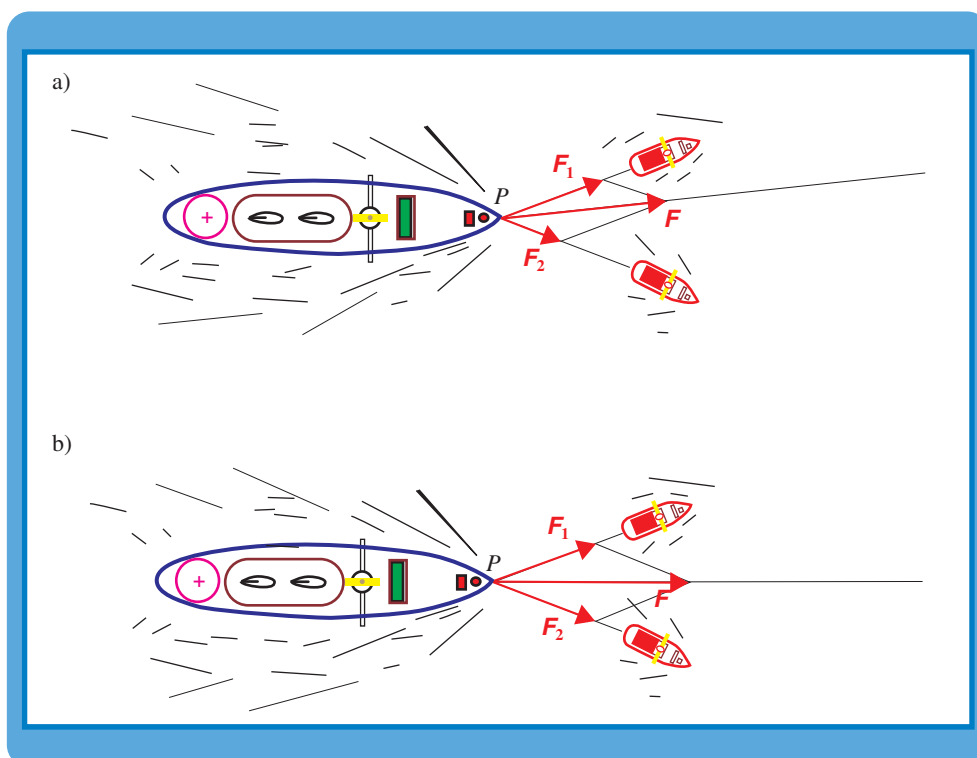
Lano, ktorým je loď pripevnená k remorkéru môžeme skrátiť, alebo predĺžiť. Veľkosť a smer pôsobiacej sily, ani rameno sily sa pritom nezmenia. Nezmení sa moment sily, a teda ani otáčavý účinok sily na loď.



2.7 Skladanie rôznobežných síl

V článku 2.6 sme ako príklad skladania síl uviedli situáciu z lodnej dopravy. Veľkú nákladnú loď ťahali dva remorkéry z prístavu na otvorené more úzkym prieplyvom.

Teraz sa situácia zmenila. Dva remorkéry, pripojené dvoma lanami k spoločnému bodu na prove, manévrujú s loďou tak, aby ju obrátili smerom k výjazdu z prístavu. Ešte predtým, ako sa začneme zaoberať problémami kapitánov všetkých troch plavidiel, mali by sme si uvedomiť, že teraz je našou úlohou **zložiť dve rôznobežné sily**.



Skladanie rôznobežných síl

Ak sa vektorové priamky skladaných síl pretínajú, zvolíme si ich priesečník za ich spoločné pôsobisko.

Situácia známa z námorných prístavov. Silný prúd vody, ktorý vzniká pri činnosti lodnej skrutky obrovskej lode, by mohol poškodiť prístavné zariadenia. Preto loď opúšťa prístav ťahaná dvoma na to určenými člmi – remorkérmi.

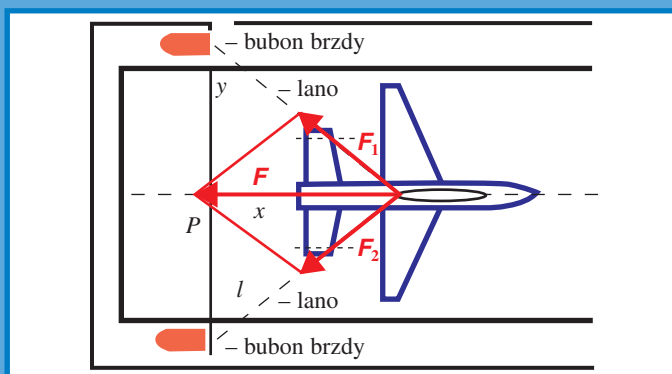
Z obrázkov už by mal byť zrejmý postup skladania rôznobežných vektorov: Sily, ktorými remorkéry pôsobia na loď posunieme do spoločného pôsobiska. Dva vektory (F_1 , F_2), so spoločným pôsobiskom P doplníme na rovnobežník. Výsledná sila (výslednica vektorov F_1 , F_2) je uhlopriečka rovnobežníka, ktorý takto vznikol.

Teraz môžeme analyzovať situáciu na predchádzajúcom obrázku:

Na obrázku a) pravdepodobne kapitáni remorkérov nasmerovali loď správne – k výjazdu z prístavu. Jeden z remorkérov však pôsobí na loď väčšou silou ako druhý remorkér. Keby takto v ťahaní pokračovali, loď by mohla havarovať.

Na obrázku b) už si zrejme svoj chybný odhad uvedomili a svoju činnosť skordinovali. Kapitáni lodí zrejme vychádzali zo skúsenosti. Každá zmena veľkosti a smeru sily, ktorou remorkér pôsobí na vlečenú loď, sa prejaví v zmene smeru výslednej sily a potom aj v zmene smeru jej výsledného pohybu.

Vektorový rovnobežník síl



Lietadlo pristáva na palube lietadlovej lode. Hák lietadla sa zachytil o lano, lano sa odvíja z brzdového bubna. Sily F_1 , F_2 , ktorými brzdové bubny pôsobia na lano, postupne lietadlo behom niekoľkých sekúnd zabrzdia.

Úlohy

1. Vysvetlite, prečo v oboch brzdových bubnoch na obrázku musí byť nastavená presne rovnaká brzdiaca sila. Ako by sa mohol zmeniť pohyb lietadla na pristávacej dráhe, keby jedna z brziacich síl F_1 , F_2 , bola väčšia ako druhá?



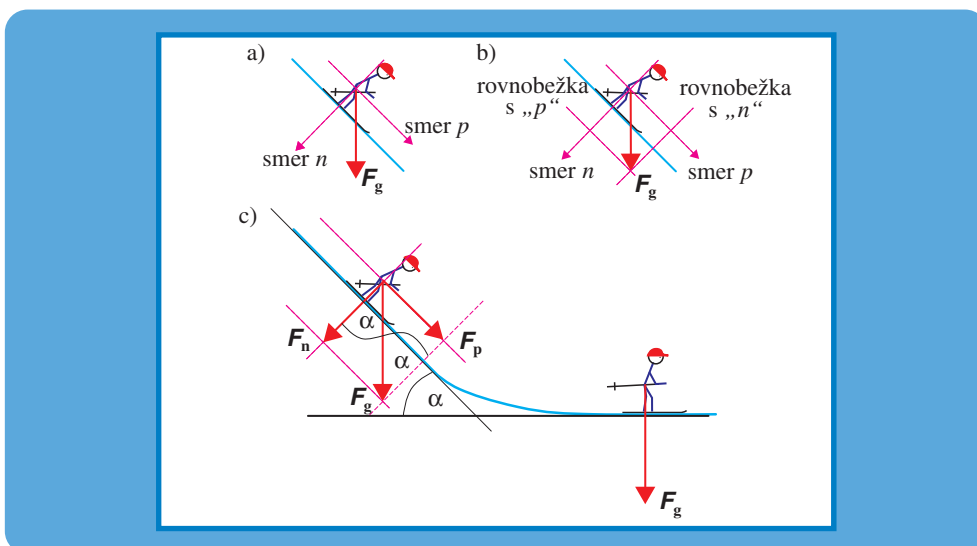
2. Pravidlo o skladaní rôznobežných síl pomocou rovnobežníka sme uviedli bez odôvodnenia. Vymyslite a navrhnete spôsob, ako sa pomocou niekoľkých silomerov môžeme presvedčiť, že pravidlo platí.

Mali by sme **sformulovať všeobecnú zásadu, ktorou sa riadime pri skladaní rôznobežných síl**. Zatiaľ by sme mali zmienku o prenášaní skladaných síl do spoločného pôsobiska a tak dospieť k hľadanej zásade, ktorú by sme mohli nazvať „pravidlo rovnobežníka síl“.

2.8 Rozklad sily na zložky

V predchádzajúcich častiach sme sily skladali – hľadali sme výslednicu rôznobežných síl, ktoré mali spoločné pôsobisko. Tam, kde rôznobežné sily nepôsobili v spoločnom bode, naučili sme sa ich posúvať do priesečníka ich vektorových priamok.

Na nasledujúcom obrázku je situácia, v ktorej namiesto skladania síl máme opačnú úlohu – rozložiť silu, ktorá pôsobí na teleso, do dvoch rôznych smerov.



Rozklad gravitačnej sily F_g , ktorá pôsobí na lyžiara, do dvoch smerov:
smer p – rovnobežne so svahom
smer n – kolmo na svah

Gravitačnú silu F_g pôsobiacu na lyžiara na svahu sme rozložili do dvoch smerov. Sily F_p a F_n sú hľadané zložky, na ktoré sme silu F_g rozložili. Na vodorovnej rovine pod svahom sa gravitačná sila F_g prejavuje len v smere kolmom na cestu.

Na lyžiara na svahu pôsobí gravitačná sila F_g smerom zvisle nadol. Prejavuje sa však v dvoch iných smeroch, a to:

- v smere kolmom na svah (smer normály n , kolmice k svahu) pritláča lyže na sneh a zväčšuje trenie,
- v smere rovnobežnom so svahom (smer p , rovnobežky so svahom) zrýchľuje pohyb lyžiara.

F_n – normálová zložka gravitačnej sily
 F_p – pohybová zložka gravitačnej sily

Silu sme rozložili do dvoch daných navzájom rôznych smerov.

Rozklad sily na zložky

Postup:

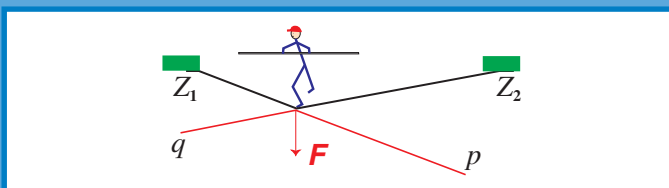
Zostrojíme rovnobežník, ktorého strany sú s danými smermi rovnobežné. Sila, ktorú rozkladáme je v tomto rovnobežníku uhlopriečkou. Hľadané zložky majú veľkosti určené stranami rovnobežníka.

Pravidlo rovnobežníka

Postup rozkladu gravitačnej sily F_g na zložky F_p a F_n je zrejmý z obrázkov. Na obrázku b) sme s obidvoma smermi (p a n) viedli rovnobežky koncovým bodom vektora sily F_g . Tak sme zostrojili rovnobežník, ktorého strany majú veľkosti hľadaných zložiek F_p a F_n (obrázok c).



Na prvý pohľad by sa zdalo, že postačí, aby závesy v bodoch Z_1 , Z_2 boli bezpečné pri silách, ktoré neprekročia hodnotu gravitačnej sily, pôsobiacej na povrazolezcu. Môže byť táto domnienka reálna?



Na tomto obrázku je úlohová situácia známa z cirkusu. Lano je upevnené v bodoch Z_1 , Z_2 a treba zistiť, na ako veľkú silu by sme ho mali pripraviť tak, aby to neohrozilo povrazolezcov život.

Prekreslite si obrázok (napr. vytlačte z elektronickej verzie) a úlohu riešte graficky.

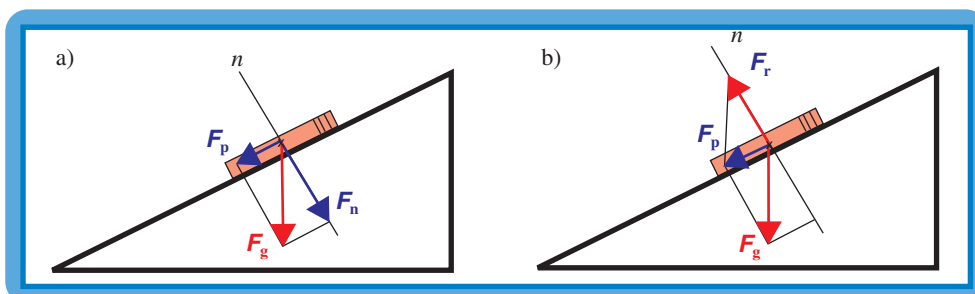
Poznámka

Možno by nás obrázky lyžiara na svahu mohli viesť k predstave, že naň pôsobí jediná sila – gravitačná sila F_g – nie je to tak. V článku 2.3 sme sa zaoberali tretím Newtonovým pohybovým zákonom vzájomného silového pôsobenia telies. Ten platí aj v prípade lyžiara.

Podobnú situáciu teraz vymodelujme:

Na naklonenej rovine, obrázok a), leží v pokoji minca, na ktorú pôsobí gravitačná sila F_g . Ak ju nahradíme zložkami, zistíme, že na mincu v smere naklonenej roviny pôsobí sila F_p a v smere kolmom na naklonenú rovinu sila F_n .

Podľa tretieho Newtonovho pohybového zákona naklonená rovina pôsobí opačným smerom na mincu rovnako veľkou silou F_r .



Koľko síl pôsobí na mincu, ktorá je na naklonenej rovine v pokoji?

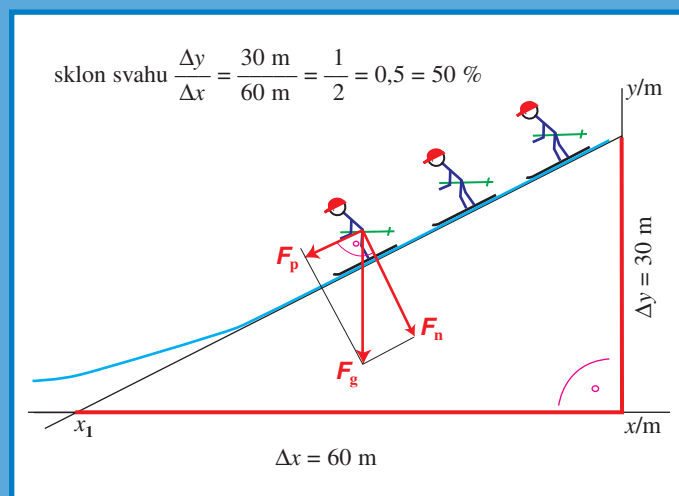
Na obrázku b) vidíme dve sily pôsobiace na mincu – gravitačnú silu F_g a silu F_r , ktorá je „reakciou“ k sile F_n . Ak obidve tieto sily zložíme, môžeme ich nahradiť výslednicou – silou F_p .

Úlohy

- Pozrite sa ešte raz na predchádzajúci obrázok. Spočítali sme dobre sily pôsobiace na mincu? Aké sú možnosti?
 - Na mincu pôsobia dve sily? (Na obrázku a) sú to sily F_p , F_n , na obrázku b) – sily F_g , F_r .)
 - Pôsobí len jedna sila? (F_g na obrázku a), F_p na obrázku b).)
 Ktorá z odpovedí je správna?
- Možno by sme k predchádzajúcej úlohe mali ešte niečo dodať: Minca sa udrží na naklonenej rovine v pokoji, napriek tomu, že v smere naklonenej roviny pôsobí sila F_p . Pravdepodobne sme ešte na jednu silu zabudli. Uvážte, aký by mala mať smer, akú veľkosť a ako by sme ju nazvali.

3. Pri zjazde sa pohyb lyžiara spravidla zrýchľuje. Rozpamätajte sa na vaše lyžiarske skúsenosti a uvažte, akú rolu má pri zjazde sklon svahu.

Sklon svahu a pohyb



Sklon svahu $\frac{\Delta y}{\Delta x}$

Poznámka

Sklonom svahu sa nazýva fyzikálna veličina, ktorá nás informuje o tom, o koľko metrov sa zmení svah v *smere zvislej súradnice y*, ak sa zmení o jeden meter *vodorovná súradnica x*. Preto ho vyjadrujeme ako podiel navzájom zodpovedajúcich zmien Δy , Δx zvislej a vodorovnej súradnice (pozri obrázok).

Úloha

- Vyjadrite pomocou podobnosti trojuholníkov vzťah medzi sklonom svahu $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ a pomerom $\frac{F_p}{F_g}$ veľkostí pohybovej a normálovej zložky sily F_g .
- Vypočítajte veľkosti síl F_p , F_g , ak lyžiar má hmotnosť 80 kg.
- Ako sa mení pohyb lyžiara na svahu v závislosti od sklonu $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ svahu?

2.9 Skladanie rovnobežných síl

Rôznobežné sily skladáme podľa pravidla vektorového rovnobežníka.

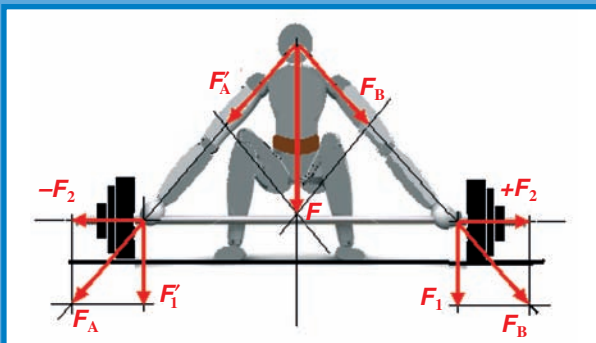
Ich vektorové priamky sa pretínajú. Posunieme ich do ich priesečníka a zložíme.

Rovnobežné sily F_1, F'_1 ležia na priamkach, ktoré sa nepretínajú.

Aby sme našli spoločné pôsobisko rovnobežných síl F_1, F'_1 , pridáme dve rovnako veľké sily $-F_2, +F'_2$ opačného smeru, ktorých účinok na činku sa navzájom vyrovnáva.

V článku 2.7 sme skladali sily, ktorých vektory ležali na rôznobežných priamkach. Pri skladaní síl – zložiek – sme vždy hľadali ich výslednicu. Rôznobežky sa pretínajú v spoločnom bode, do ktorého skladané vektory sily posunieme.

Práve opísané pravidlo sa nedá použiť, ak sily ležia na rovnobežných priamkach. Rovnobežné priamky nemajú spoločný bod – priesečník, do ktorého by sme umiestnili začiatok výslednice.



Vzpieranie ťažkej činky sa začalo. Gravitačná sila F pôsobiaca na činku sa prejavuje v dvoch bodoch, v ktorých ju vzpierač uchopil.

Namiesto dvoch rovnobežných síl sme dostali dve rôznobežné sily F_A, F_B . Posunieme ich do spoločného pôsobiska a zložíme podľa pravidla rovnobežníka. Ich výslednica $F = F_A + F_B$ je zároveň výslednicou rovnobežných síl F_1, F'_1 , $F = F_1 + F'_1$.

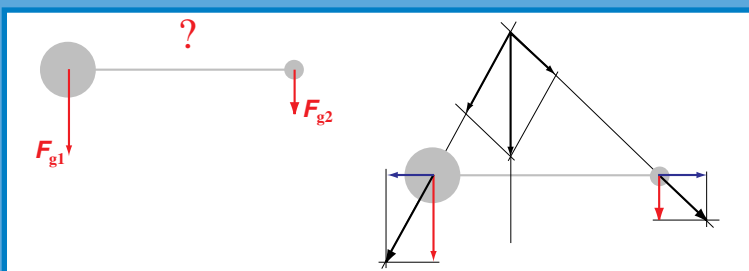
Súčet veľkostí síl F_1, F'_1 v bodoch uchopenia činky sa rovná veľkosti F gravitačnej sily pôsobiacej na činku, $F = F_1 + F'_1$.

Poznámka

Hoci sme riešili fyzikálnu úlohu, jej výsledok nám dáva aj informáciu o rizikách, ktoré sa spájajú so silovými športami. Sily F_A, F_B môžu nebezpečne namáhať ramenné kĺby a ich výslednica F znamená nadmerné zaťaženia pre chrbticu a môže sa nepriaznivo prejaviť aj jej vplyv na svalstvo a vnútorné orgány. Extrémna námaha pri snahe dosiahnuť športové výsledky môže byť nebezpečná najmä pre vyvíjajúci sa organizmus.

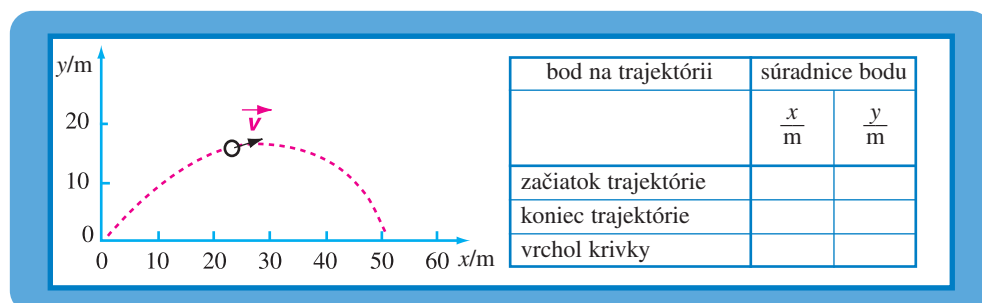
Úloha

Na obrázku vľavo je bremeno – dve kovové gule spojené kovovou rúrkou, ktorá má hmotnosť zanedbateľne malú v porovnaní s hmotnosťami gulí. V ktorom mieste rúrky uchopíme bremeno pri prenášaní? Vysvetlite, ako sme na obrázku vpravo postupovali pri riešení úlohy. Prekreslite obrázok a označte zobrazené sily.

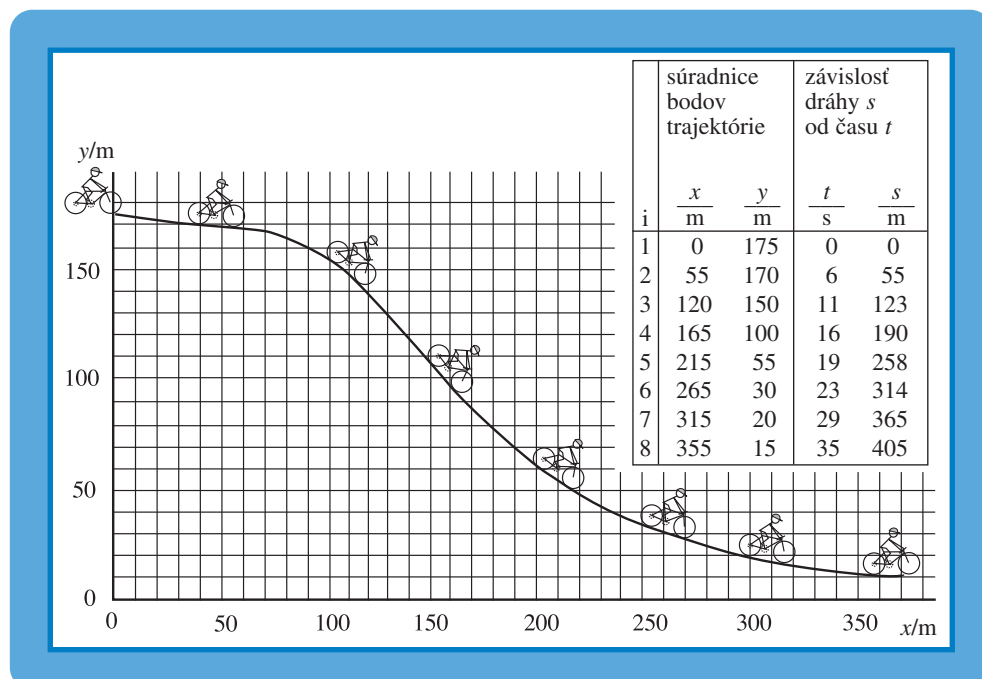


2.10 Poloha a pohyb telesa

Vo fyzike sa často stretávame s úlohou, pri ktorej chceme opísať polohu telesa alebo jeho pohyb. Príklad takejto situácie je na obrázku: Do roviny, v ktorej sa pohybuje lopta sme vložili súradnicovú sústavu s osami x , y . Podľa videozáznamu futbalového kopu sme zostrojili čiaru, po ktorej sa lopta pohybovala. Rozmery lopty sme zanedbali – jej stred sme považovali za bod. Lopta má stále určitú hmotnosť preto o bode, ktorým sme ju nahradili hovoríme ako o **hmotnom bode**. Čiara, po ktorej sa bod pohyboval je jeho **trajektória**. Každý bod trajektórie má určité súradnice (x, y) . Vyhľadajte a zapíšte súradnice bodov, ktoré sú vyznačené v tabuľke.



Podobne sme postupovali aj pri zobrazení pohybu bicyklistu v horskom teréne v súradnicovej sústave x , y . Jej osi sme zvolili tak, aby ležali vo zvislej rovine, v ktorej sa bicykel pohybuje. Jednotlivé body bicykla a bicyklistu sa môžu pohybovať po rôznych krivkách – trajektóriách. Preto pri opise pohybu bicykla si zvolíme len jeden z bodov, najlepšie ten, ktorý sa pohybuje po pomerne jednoduchšej čiare, napr. bod v strede jeho predného kolesa. Bicykel sme znázornili na niekoľkých miestach, v ktorých sa nachádzal pri zjazde z kopca a do tabuľky sme zapísali jeho súradnice x , y .



Pridali sme aj niečo navyše. Merali sme čas t , v ktorom sa bicykel nachádzal v polohách x , y zapísaných v tabuľke a dĺžku s čiar – dráhu, po ktorej sa pohyboval zvolený bod bicykla.

Hmotný bod

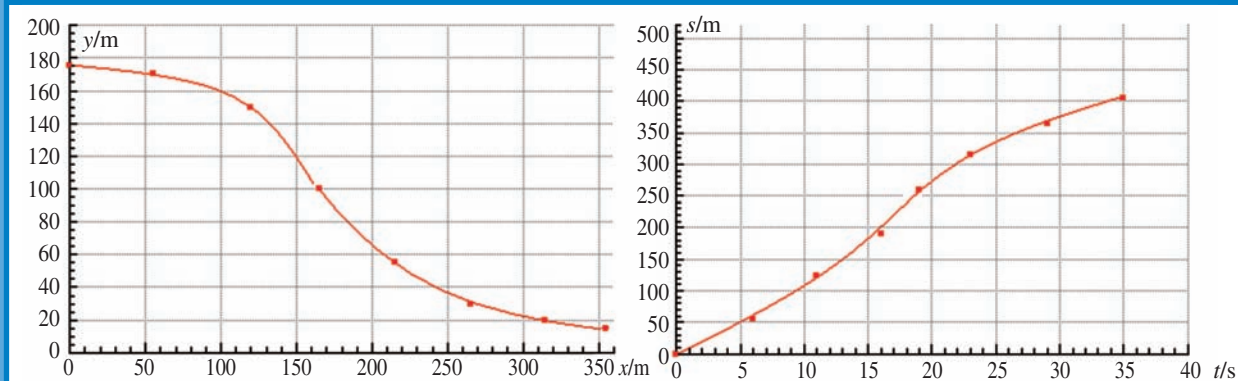
je bod telesa, ktorým nahradíme skutočné teleso, aby sme mohli určiť jeho polohu.

Trajektória pohybu

je čiara, po ktorej sa pohybuje vybraný bod telesa.

Bicyklista pri jazde v horskom teréne.

Zamyslite sa nad otázkou: Kde sa bicyklista nachádzal v čase $t = 0$? Kde sa nachádzal v čase $t = 11$ s, 23 s,...? Akú celkovú dráhu prešiel od začiatku pohybu?



Trajektória bicykla znázornená ako graf závislosti $y = y(x)$ súradníc x , y . Zobrazuje skutočný tvar dráhy, po ktorej sa bicyklista pohybuje.

Zobrazenie trajektórie pohybu bicyklistu

Hmotný bod, ktorým sme bicykel nahradili, postupne prechádzal polohami, ktoré majú súradnice (x, y) . Súradnice sme zapísali do prvých dvoch stĺpcov tabuľky na obrázku znázorňujúcom pohyb bicyklistu.

Dráha $s = s(t)$ zobrazená v závislosti od času v sústave súradníc t, s .

Závislosť dráhy od času

Pri pohybe bicykla plyní čas t a rastie dráha s . Dráha s je dĺžka čiary, po ktorej sa bicykel (jeden z jeho bodov) pohybuje. Bod na trajektórii, v ktorom sa bicykel nachádzal v čase $t = 0$, sme zvolili za začiatok dráhy. Tabuľka s hodnotami dvojíc (t, s) , predstavuje jeden zo spôsobov vyjadrenia fyzikálnej závislosti dráhy od času, $s = s(t)$.

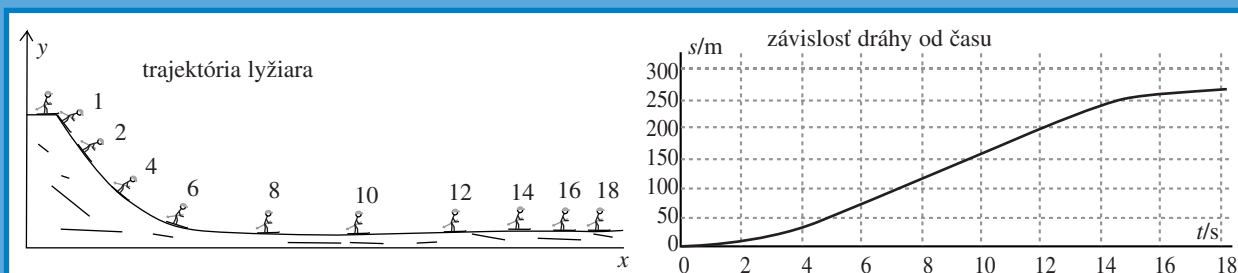
Poznámka

Pri grafickom zobrazovaní fyzikálnej závislosti dráhy s od času t obvykle postupujeme takto:

- Zvolíme si pravouhlú sústavu súradnicových osí t, s , na ktorých vyznačíme číselnú stupnicu s rozsahom, ktorý majú odmerané hodnoty veličín t, s .
- Znázorníme body so súradnicami (t, s) .
- Bodmi so súradnicami (t, s) vedieme súvislú, spojitú čiaru, bez zlomov a skokov. To neznamená, že čiara, ktorú kreslíme, všetkými zobrazenými bodmi prechádza. Všetky naše merania nemusia byť celkom presné a chyby, ktoré sme pri meraní urobili, nepoznáme. Preto sa spravidla snažíme, aby čiara okolo zobrazených bodov prechádzala čo najbližšie.

Úloha

Lyžiar pri zjazde. Porovnajte dva nasledujúce grafy.



1. Meraním na grafe $s = s(t)$, dráhy v závislosti od času, zostavte tabuľku deviatich dvojíc (t, s) času a dráhy. Zobrazte graf $s = s(t)$ v súbore „LyzeSvah.cma“ (C6lite). Naučte sa zadávať odmerané hodnoty času t a dráhy s do tabuľky a zobrazíte graf závislosti $s = s(t)$.

2.11 Pohyby rovnomerné a nerovnomerné – zrýchlené a spomalené

Vlastnosti javov, ktoré nás obklopujú, sa spravidla s časom menia – niektoré pomaly, iné rýchlejšie. Zmeny prebiehajúce v čase vytvárajú dej. Niekedy sa pomalé deje menia na rýchle – *zrýchľujú sa*, inokedy sa zase *spomaľujú*. Fyzika pozná spôsob, ako tieto zmeny vyjadriť a graficky ich znázorniť.

Meniacu sa vlastnosť javu vyjadríme ako fyzikálnu veličinu a sledujeme ako sa mení v závislosti od času. Pri opise pohybu spravidla takto sledujeme ako sa v závislosti od času t mení dráha s .

Na obrázku je bicyklista, ktorý sa na horskom bicykli spustil z vrcholu kopca a potom sa chvíľu pohyboval aj na rovinke pod svahom. Za trajektóriu, po ktorej sa pohybuje, sme si zvolili stopu, ktorú zanechávajú na ceste jeho pneumatiky. Pretože trajektória je krivka – bicyklista koná **krivočiary pohyb**. Na rovinke pod svahom je jeho **pohyb priamočiary**.

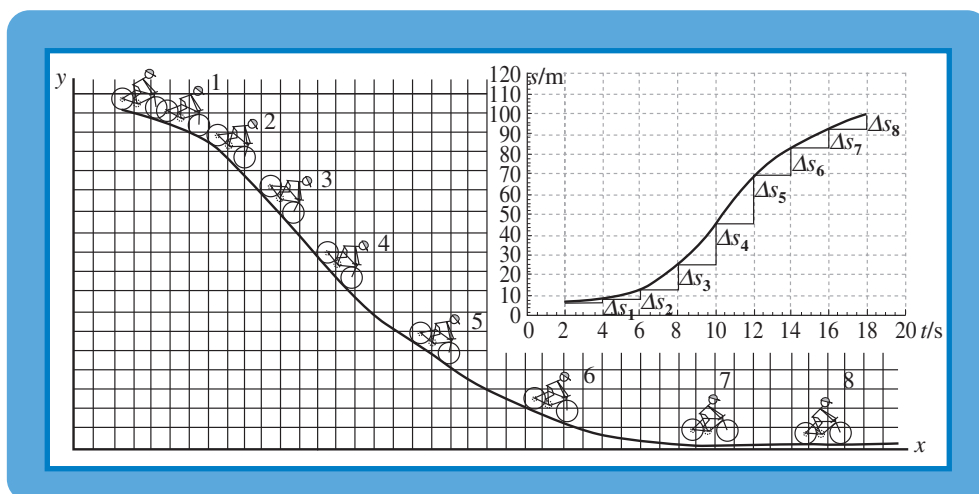
V pravom hornom rohu obrázka je **graf závislosti dráhy od času**. Časovú os sme podelili na navzájom rovnaké časové intervaly Δt . Pri každom z nich sme znázornili zvislou úsečkou hodnotu Δs , o ktorú sa zmenila dráha v časovom intervale Δt .



Podľa tvaru trajektórie rozdeľujeme pohyby na

- **priamočiare**
- **krivočiare**

Aké sú zmeny dráhy Δs v navzájom rovnakých časových intervaloch Δt ?



Podľa čoho súdime, že pohyb bicyklistu na svahu sa najprv zrýchľuje a potom zase spomaľuje?

Bicyklista je pri jazde z kopca a pod kopcom znázornený v navzájom rovnakých dvojsekundových intervaloch ($\Delta t = 2$ s). Zmeny dráhy Δs v jednotlivých časových intervaloch Δt nie sú navzájom rovnaké.

Spôsob, akým zmeny dráhy počas pohybu rastú alebo klesajú, vplýva na tvar grafu dráhy $s = s(t)$ v závislosti od času. Na nasledujúcich obrázkoch je v niekoľkých polohách zobrazený bicykel, pohybujúci sa po priamej vodorovnej ceste. Na každom obrázku bicykel koná iný pohyb.

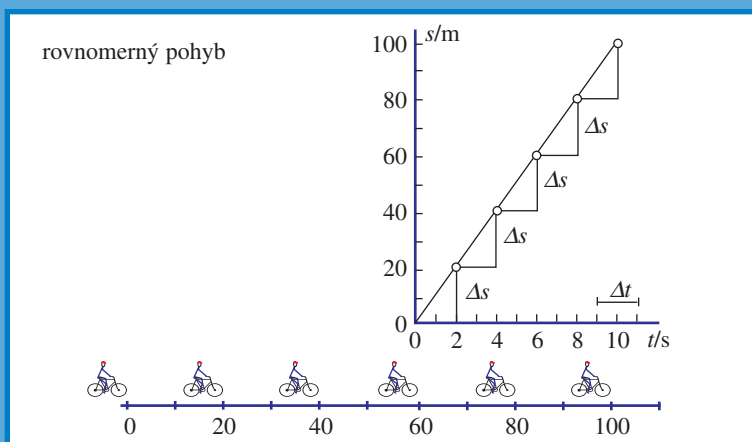
Všimnite si, ako sa pritom s rastúcim časom zväčšujú alebo naopak znižujú hodnoty Δs .

Rovnomerný pohyb

Zmeny dráhy Δs
v navzájom rovnakých
intervaloch Δt sú rovnaké.

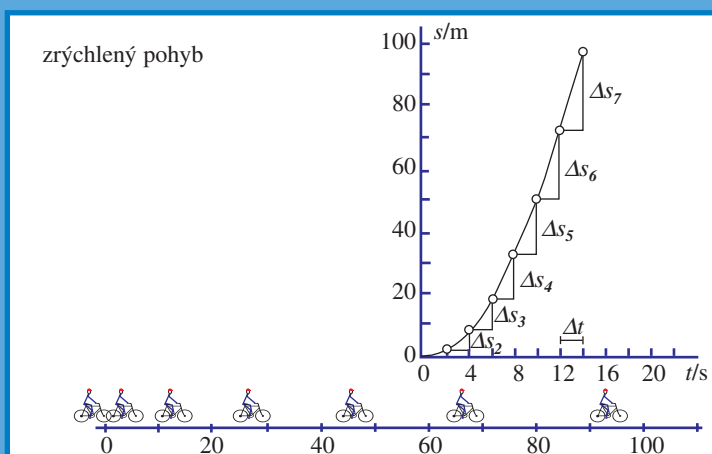
Bicykel je znázornený
v niekoľkých polohách,
vždy po uplynutí časového
intervalu $\Delta t = 2$ s. V každom
z týchto intervalov sa dráha
zmenila o rovnakú hodnotu
 Δs .

Teleso sa pohybuje rovnomerným pohybom ak v ľubovoľných, ale navzájom rovnakých časových intervaloch Δt , prejde rovnaké dráhy Δs .

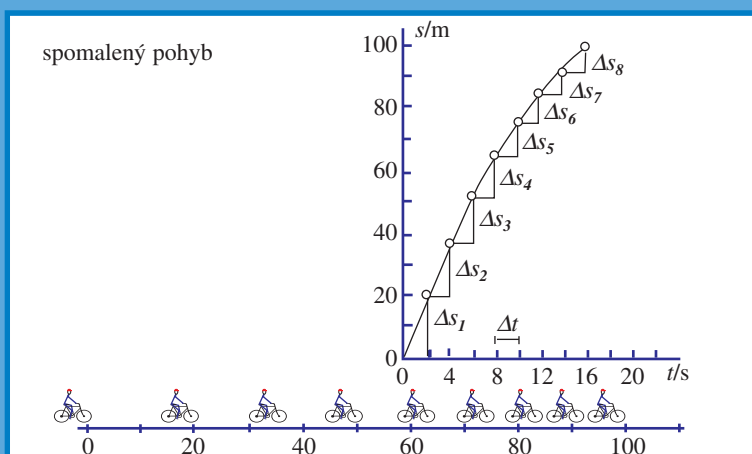
**Nerovnomerný pohyb**

Bicykel sa rozbieha na
priamej, vodorovnej ceste.
Zmeny dráhy Δs
v navzájom rovnakých
časových intervaloch Δt sa
postupne zväčšujú.
Pohyb je **zrýchlený**.

Teleso sa pohybuje nerovnomerným pohybom ak v ľubovoľných, navzájom rovnakých časových intervaloch Δt , prejde rôzne úseky dráhy Δs .



Bicyklista brzdí krátko
predtým, ako zastane.
Zmeny dráhy Δs
v navzájom rovnakých
časových intervaloch Δt sa
postupne znižujú.
Pohyb je **spomalený**.



Úloha

V predchádzajúcom článku ste riešili úlohu o lyžiarovi na svahu.

- Použite poznatok o zmene dráhy v navzájom rovnakých časových intervaloch a vysvetlite ako sa pohyboval lyžiar na svahu a pod svahom.
- Pokúste sa aj o odôvodnenie priebehu grafu v súvislosti so silami, ktoré naň pôsobili v rôznych fázach pohybu.

Poznámka

Pojem zmena veličiny používame nielen vtedy, keď chceme opísať ako sa v závislosti od času mení dráha. Môžeme ho použiť napríklad aj vtedy, keď hovoríme ako sa mení výška rastliny, ako narastá populácia v istom meste alebo aj v celej krajine. Úlohy na podobné témy sú na študijnom DVD. Uvažujte aj o iných dejoch, pri ktorých potrebujeme uvažovať o spôsobe, ktorým sa menia vlastnosti veličín.

Príklad

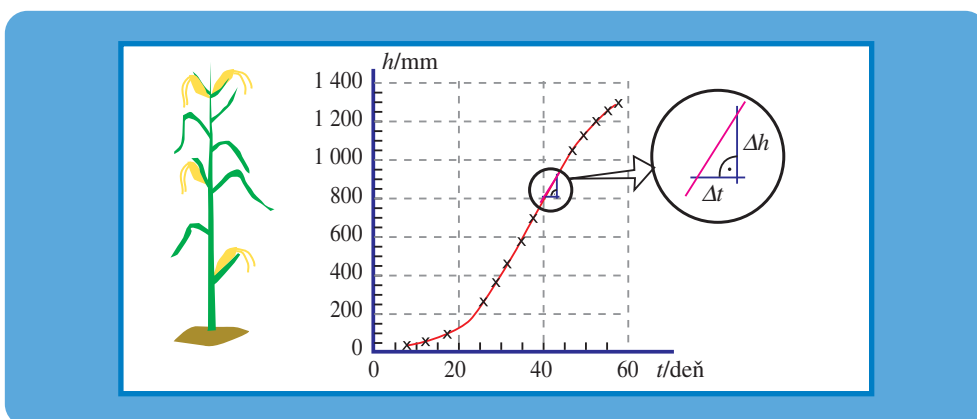
V priebehu vegetačného obdobia sa vrchol rastliny pohybuje smerom nahor. Dráha, ktorú prešiel (výška h) sa mení v závislosti od času $h = h(t)$.

Aktivita 5.8

Ako rastie rastlina?

Aktivita 5.9

Ako sa mení populácia?



2.12 Priemerná rýchlosť pohybu

Veličina **rýchlosť pohybu** nás informuje **akú dráhu prešlo teleso za jednotku času**.

$$[v] = \frac{[\Delta s]}{[\Delta t]} = \frac{\text{m}}{\text{s}} = \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Pojem **rýchlosť** bežne používame a ani si často neuvedomujeme jeho fyzikálny význam. Uvedomujeme si, že údaj 60 km/h o rýchlosti automobilu znamená, že automobil by touto rýchlosťou prešiel za jednu hodinu 60 km, za dve hodiny 120 km, za tri hodiny 180 km,...

Späťne si vieme potom vypočítať rýchlosť z dvoch údajov: Napr., ak sme prešli vzdialenosť $\Delta s = 12 \text{ km}$, v časovom intervale $\Delta t = 3 \text{ h}$, rýchlosť, ktorou sme sa pohybovali určíme výpočtom

$$\text{priemerná rýchlosť} = \frac{\text{zmena dráhy}}{\text{časový interval}} \quad \text{alebo} \quad v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{12 \text{ km}}{3 \text{ h}} = 4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Jednotku rýchlosti v sústave SI určíme podľa známeho predpisu tak, že do definičného vzťahu rýchlosti dosadíme jednotkové rozmery veličín $[\Delta s] = \text{m}$, $[\Delta t] = \text{s}$.

Priemerná rýchlosť sa meria vždy v určitom časovom intervale Δt . Ak si tento interval zvolíme príliš dlhý, nemusí vypočítaná hodnota priemernej rýchlosti poskytnúť dostatočne presnú predstavu o našej rýchlosti v jeho kratších častiach.

Napríklad pri dvanástkilometrovom pochode, ktorý trval tri hodiny, sme možno prvú hodinu kráčali rýchlejšie a prešli sme dráhový úsek 5 km. Počas zvyšných dvoch hodín, pri sedemkilometrovom stúpaní do kopca, bol možno náš pohyb pomalší. Naš pohyb nebol rovnomerný. Prvú hodinu sme sa pohybovali rýchlosťou $5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ a ďalšie dve hodiny, pri ceste do kopca, len rýchlosťou približne $3,5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Pohyb by sme opísali presnejšie, keby sme namiesto výpočtu priemernej rýchlosti v dlhom časovom intervale 3 h zvolili tri kratšie, jednohodinové časové intervaly.

Úlohy

1. Uvážte a vysvetlite či je správne tvrdenie:

Priemerná rýchlosť opisuje pohyb tým presnejšie, čím kratší je časový interval, v ktorom ju meriame.

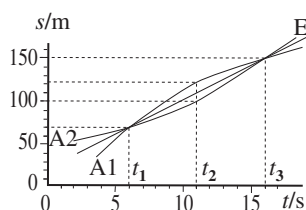
(Skúste merať rýchlosti v dlhších alebo kratších časových intervaloch ako sú tie, ktoré sme vyznačili.)

2. Preskúmajte grafy a tabuľky závislostí $s = s(t)$, dráhy od času v článku 2.10. Presvedčte sa, že platí výrok:

Priemerná rýchlosť nerovnomerného pohybu závisí od dĺžky časového intervalu, v ktorom ju meriame.

3. Na obrázku vľavo je graf zobrazujúci tri pohyby (automobilov A1, A2 a električky E), ktoré sa konali súčasne. Načrtnite si dopravnú situáciu na papieri. Na grafe odmerajte priemernú rýchlosť každého z troch vozidiel v časovom intervale (5,2 s, 15,2 s). Vysvetlite, či je pravdivý výrok:

Priemerná rýchlosť nerovnomerného pohybu sa rovná rýchlosti rovnomerného pohybu, ktorý sa konal na rovnakej dráhe, za rovnaký čas ako nerovnomerný pohyb.



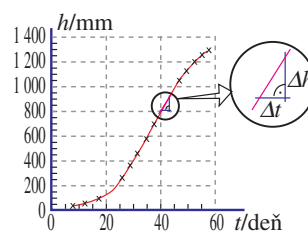
4. V predchádzajúcich častiach ste sa zaoberali aktivitou 5.8 „Ako rastie rastlina“. Vráťte sa ešte raz ku grafu závislosti jej výšky h od času t .

a) V tabuľkovom kalkulátore sú zadané hodnoty dvojíc (t, h) a podľa nich zostrojený graf závislosti $h = h(t)$. Zostrojte nový graf, ktorý zobrazuje

priemernú rýchlosť $v = \frac{\Delta h}{\Delta t}$ v závislosti od času t .

(Návod na postup je v počítačovom súbore „Rastlina01“ na študijnom DVD.)

b) Vysvetlite priebeh grafu rýchlosti $v = v(t)$, v súvislosti s priebehom grafu výšky rastliny $h = h(t)$.



2.13 Rovnomerný pohyb

Úloha

Pripravte a realizujte experiment znázornený na obrázku.

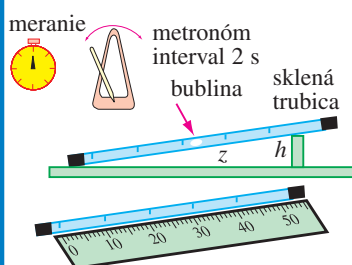
Preskúmajte pohyb vzduchovej bubliny v *rovnej* priehľadnej trubici zo skla alebo z plastu, ktorá má *na celej svojej dĺžke rovnaký priemer*.

Namiesto návodu sme pripravili opis experimentu a merania na obrázku. Preštudujte ho a potom urobte svoj vlastný experiment a svoje vlastné meranie. Sklenenú trubicu môžeme nahradiť aj priehľadnou plastovou hadičkou – musí však byť rovná a musí mať na celej svojej dĺžke rovnaký prierez.

Merajte závislosť dráhy pohybu od času

Problém

Ako sa pohybuje vzduchová bublina v rovnej trubici naplnenej vodou?



tabuľka

i	t s	s cm
1	2	10
2	4	22
3	6	30
4	8	38
5	10	50

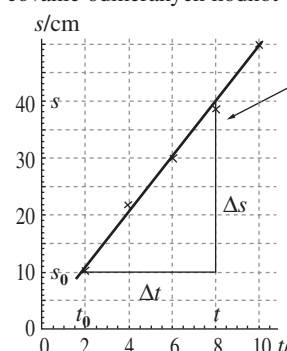
Odmerané zmeny dráhy nie sú navzájom rovnaké, ale ich hodnoty nestúpajú, ani neklesajú. Príčinou rozdielov sú pravdepodobne chyby merania.

Bol pohyb bubliny rovnomerný?

Pokúsme sa z odmeraných hodnôt zostrojiť graf závislosti $s = s(t)$ dráhy s od času t .

Grafické spracovanie odmeraných hodnôt

Meranie rýchlosti na grafe závislosti dráhy od času a spracovanie odmeraných hodnôt



$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$v = \frac{s - s_0}{t - t_0}$$

$$v = \frac{40 \text{ cm} - 10 \text{ cm}}{8,0 \text{ s} - 2,0 \text{ s}}$$

$$v = \frac{30 \text{ cm}}{6,0 \text{ s}} = 5,0 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

Na každom ľubovoľne zvolenom úseku dráhy odmeriame rovnakú vzdialenosť

Grafom závislosti $s = s(t)$ je priamka.

Pohyb bubliny v trubici je rovnomerný.

Rýchlosť rovnomerného pohybu

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Ako závisí dráha rovnomerného pohybu od času?

Zo vzťahu pre rýchlosť a z pravouhlého trojuholníka so stranami Δs a Δt

(pozri graf) vyplýva

$$v = \frac{s - s_0}{t - t_0}$$

$$s - s_0 = v(t - t_0)$$

Závislosť dráhy rovnomerného pohybu od času môžeme písať v tvare

$$s = v(t - t_0) + s_0$$

Ako závisí dráha s od času t ?

Pripravte a realizujte experiment a meranie

Ako odmeriame rýchlosť na grafe závislosti dráhy od času?

Rýchlosť v rovnomerného pohybu

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

je určená sklonom grafu dráhy vzhľadom na os času.

Pohyb vzduchovej bubliny v rovnej trubici je **rovnomerný priamočiary pohyb**.

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Rýchlosť rovnomerného pohybu sa rovná priemernej rýchlosti pohybu.

Začiatkové hodnoty

$t_0 = 0$ – začiatok merania času, s_0 – poloha pohybujúceho sa telesa na osi dráhy v čase t_0 .

Meranie dráhy pohybu v závislosti od času

Postup

Nastavíme na metronóme časový interval (podľa rýchlosti pohybu bubliny – napr. 1,0 s alebo 2,0 s – tak, aby sme pri pohybe bubliny pozdĺž trubice mali možnosť odmerať 5 dvojíc veličín t, s). Spustíme meranie – nakloníme trubicu o malý uhol voči vodorovnej rovine, sledujeme pohyb bubliny a pri každom údere metronómu zaznamenáme jej polohu – urobíme fixkou čiarku na trubici.

Výsledky jedného z našich meraní sme znázornili na obrázku. Ak odhliadneme od chýb, ktoré sme pri meraní pravdepodobne urobili vidíme, že v tesnom okolí bodov so súradnicami t, s , môžeme viesť priamku.

Rýchlosť rovnomerného pohybu

Priamkový graf závislosti $s = s(t)$, dráhy od času, má voči vodorovnej osi sklon, ktorý sa dá odmerať ako podiel zmeny dráhy Δs a časového intervalu $\Delta t = t - t_0$, so začiatkom v čase t_0 a s koncom v čase t . Podľa predchádzajúceho článku má tento podiel význam rýchlosti.

Rovnaký sklon $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ grafu nameriame v ľubovoľnej časti grafu – na priamke zobrazujúcej závislosť dráhy od času, bez ohľadu na dĺžku časového intervalu Δt , ktorý si zvolíme. To znamená, že navzájom rovnakým časovým zmenám Δt zodpovedajú rovnaké zmeny Δs dráhy. Vieme už, že pohyb s takouto vlastnosťou je rovnomerný pohyb.

Dráha rovnomerného pohybu

Pri meraní rýchlosti na obrázku sme si zvolili ľubovoľný časový interval, ktorého začiatok sme označili t_0 a jeho koniec t

$$\Delta t = t - t_0$$

K tomuto intervalu prislúcha zmena dráhy

$$\Delta s = s - s_0$$

Po dosadení do vzťahu pre rýchlosť dostaneme

$$v = \frac{s - s_0}{t - t_0}$$

$$s - s_0 = v (t - t_0)$$

Pre dráhu $s = s(t)$ rovnomerného pohybu v závislosti od času sme dostali vzťah

$$s = v (t - t_0) + s_0$$

V praxi, pri výpočtových úlohách o rovnomerných pohyboch, sa obvykle snažíme zostaviť pre závislosť dráhy od času čo najjednoduchšiu rovnicu. Preto si musíme dobre uvedomiť kedy sme začali merať čas, v akom čase t_0 sa sledovaný pohyb začal a v akej vzdialenosti s_0 od začiatku sa vtedy pohybujúce sa teleso nachádzalo na osi dráhy.

V najjednoduchšom prípade platí:

$t_0 = 0$ – pohyb sa začína v okamihu $t = 0$, keď sme začali merať čas,

$s_0 = 0$ – teleso sa v okamihu $t = 0$ nachádza na začiatku osi dráhy.

Vtedy dráha rastie priamo úmerne s časom podľa vzťahu.

$$s = vt$$

V nasledujúcej tabuľke sme zaznamenali rôzne prípady kombinácie začiatočných hodnôt t_0 , s_0 , ktoré môžu pri rovnomernom pohybe nastať.

Všimnite si, ako jednotlivé podmienky vplyvajú na tvar grafu.

Úloha

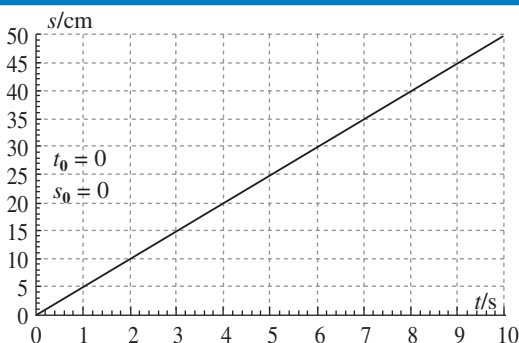
Použite tabuľku, pravítko a ceruzku pri modelovaní pohybov s rôznymi začiatočnými podmienkami, s ktorými sa v praxi stretávame najčastejšie.

Tabuľka: Priebeh grafu závislosti dráhy od času pri rôznych začiatočných podmienkach.

Príklad: Pohyb ceruzky po pravítku podľa vzťahu $s = v(t - t_0) + s_0$

Tvar grafu závislosti dráhy od času

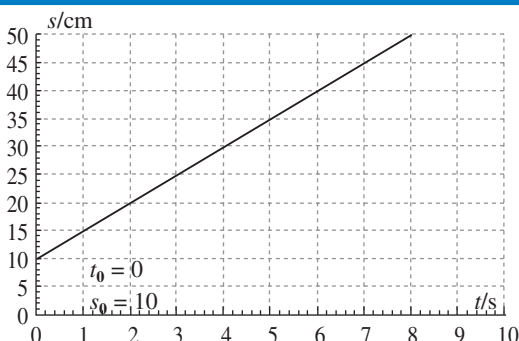
V čase $t_0 = 0$ bola ceruzka v polohe 0 cm. Za čas 5 s prešla rovnomerným pohybom 25 cm a nachádza sa v bode $s = 25 \text{ cm} + 0 \text{ cm} = 25 \text{ cm}$



$$t_0 = 0$$

$$s_0 = 0$$

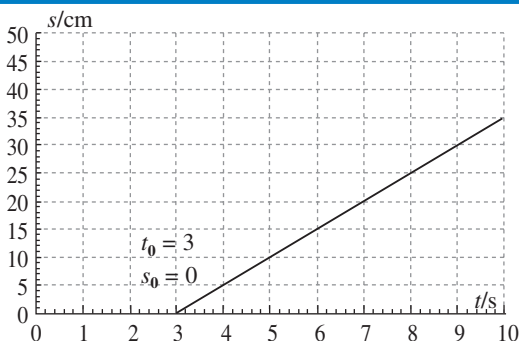
V čase $t_0 = 0$ bola ceruzka v polohe 10 cm. Za čas 4 s prešla rovnomerným pohybom 20 cm a nachádza sa v bode $s = 20 \text{ cm} + 10 \text{ cm} = 30 \text{ cm}$



$$t_0 = 0$$

$$s_0 = 10 \text{ cm}$$

Z istého (v tejto jednoduchšej úlohe neznámeho) dôvodu sme začali merať čas skôr, ako sme sa začali zaoberať pohybom ceruzky. V čase $t_0 = 3 \text{ s}$ bola ceruzka v polohe 0 cm. Za čas 4 s prešla rovnomerným pohybom 20 cm. $s = 20 \text{ cm} + 0 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$



$$t_0 = 3 \text{ s}$$

$$s_0 = 0$$

Modelujte rovnomerné pohyby s rôznymi začiatočnými podmienkami.

Začiatočné podmienky

Úlohy

1. Uvážte, ako vyzerajú grafy rýchlosti $v = v(t)$ rovnomerných pohybov, ktoré sme zobrazili v predchádzajúcej tabuľke.
2. V nasledujúcom článku je v úvode vyriešená úloha o dopravnej situácii. Úloha má tri časti. Oboznámte sa so všeobecným riešením, dosadte a vypočítajte výsledok. Skôr ako začnete dosadzovať hodnoty do odvodených vzťahov pozrite sa na hodinky a odmerajte čas, za ktorý ste úlohu vyriešili.

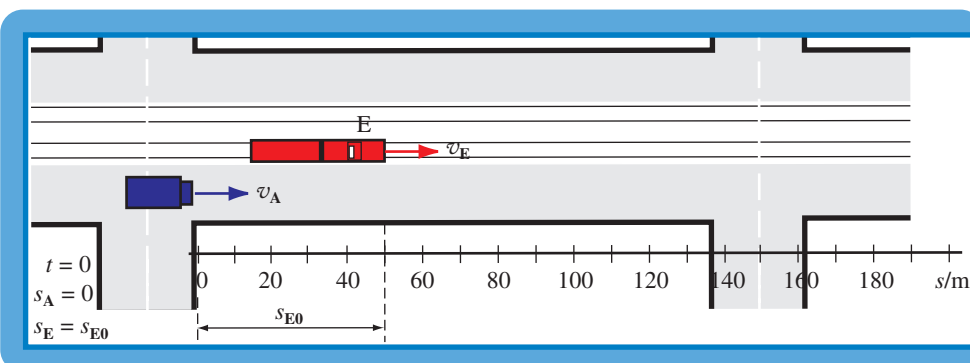
Poznámka

Veličina dráha s vyjadruje, akú dĺžku teleso prešlo počas svojho pohybu. Hodnota tejto veličiny môže počas pohybu iba narastať, aj keď sa teleso počas pohybu vráti do pôvodnej polohy. Práve preto sme v predchádzajúcej úlohe použili pojem poloha (na zvolenej trajektórii) a nie dráha. Príklad: Dráhu zaznamenáva napríklad počítadlo, ktoré je súčasťou tachometra v automobile. Počet prejazdených kilometrov rastie aj pri cúvaní auta.

2.14 Dráha a rýchlosť rovnomerného pohybu

Riešte dopravnú situáciu znázornenú na obrázku

V predchádzajúcom článku sme experimentovali, aby sme zistili ako sa meria rýchlosť rovnomerného pohybu a ako závisí pri rovnomernom pohybe dráha s od času t . Vzťah pre závislosť dráhy od času využijeme pri riešení úlohy o pohybe dvoch vozidiel – auta a električky.



Medzi dvoma križovatkami sa pohybuje električka E a automobil A rovnakou rýchlosťou $v_E = v_A = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Pre dráhu pohybu každého z vozidiel môžeme napísať rovnicu

$$s = v(t - t_0) + s_0$$

Dráha rovnomerného pohybu

Riešte úlohy

1. Aká je vzájomná vzdialenosť predných častí vozidiel v smere pohybu?
2. S akým časovým oneskorením za električkou príde automobil k nasledujúcej križovatke?
3. Akou rýchlosťou v_A by sa mal pohybovať automobil, aby sa mu na križovatke podarilo bezpečne odbočiť pred električkou doľava? Vozidlá v tom prípade nemôžu prísť ku križovatke naraz – prejazd auta cez koľajnice vyžaduje určitý čas, ktorý musíte odhadnúť (t_{ODH}).

Riešenie

Napišeme dve rovnice pre dráhu pohybu, jednu pre auto a druhú pre električku

$$s_A = v_A(t - t_{A0}) + s_{A0}$$

$$s_E = v_E(t - t_{E0}) + s_{E0}$$

Obidve vozidlá sme začali sledovať v rovnakom čase. Nech sa tento čas rovná nule ($t_{A0} = t_{E0} = 0$). Umiestnime začiatok súradnicovej osi dráhy s na prednú časť automobilu v jeho začiatkovej polohe. Preto začiatková dráha auta sa bude rovnáť nule, $s_{A0} = 0$. Začiatkovú dráhu $s_{E0} \neq 0$ električky nájdeme meraním na obrázku. (Električka v tom okamihu bola v istej vzdialenosti $s_{E0} \neq 0$ pred automobilom.)

Rovnice sa zjednodušia

$$s_A = v_A t$$

$$s_E = v_E t + s_{E0}$$

Električka sa dostane na hranicu ďalšej križovatky v čase

$$t_E = \frac{s_E - s_{E0}}{v_E}$$

ktorý vieme vypočítať. Automobilu by mala cesta trvať kratšie, mal by k druhej križovatke dôjsť za čas

$$t_A = t_E - t_{ODH}$$

Rýchlosť v_A , ktorou sa má pohybovať automobil, vypočítame zo vzťahu

$$v_A = \frac{s_A}{t_E - t_{ODH}}$$

4. Pokúste sa zistiť rýchlosť v_A automobilu pre iné rýchlosti električky.

Výsledok sa dozvieme až po dosadení číselných hodnôt.

Zmerali ste si čas, ktorý trvalo riešenie s dosadením?

Riešenie

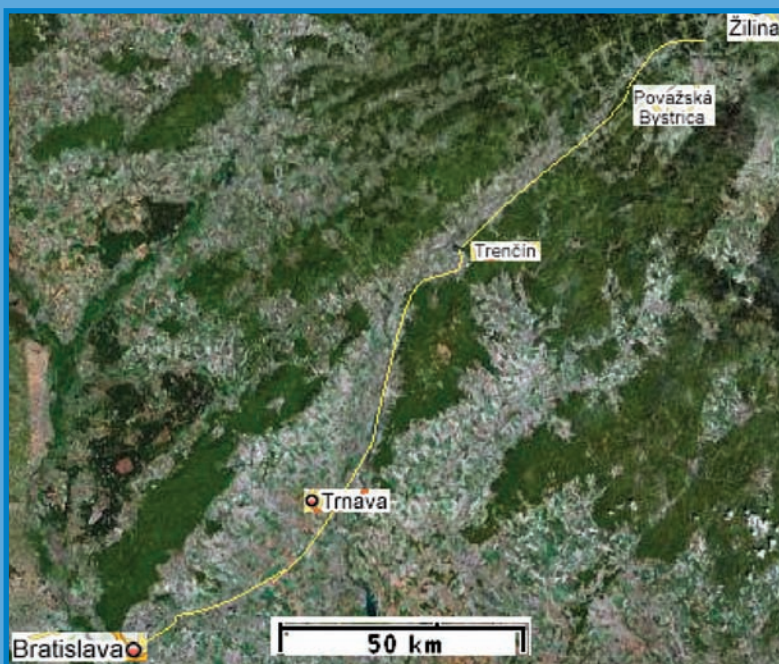
Pri riešení tejto úlohy môžeme dosadzovať do vzťahov získaných pri riešení úlohy 3 rôzne hodnoty rýchlosti v_A dovtedy, kým automobilu neostane dostatok času (t_{ODH}) na odbočenie. Ak to skúsite urobiť, pravdepodobne zistíte, že výpočty sú príliš zdĺhavé. Takéto úlohy je lepšie riešiť simuláciou na počítači. Odporúčame preto použiť simulačný program „TramRP“ (EXCEL) zo študijného DVD.

Úloha

Na parkovisku 20 km od Bratislavy smerom na Trnavu odcudzili zločinci automobil (označme ho A) a pohybujú sa rýchlosťou $v_A = 130$ km/h smerom do Žiliny. Po osemnástich minútach dostala motorizovaná policajná hliadka (B) v Bratislave príkaz, aby odcudzené auto dobehla a zastavila. Policajné auto sa pohybuje priemernou rýchlosťou $v_B = 180$ km/h.

- Určte čas, v ktorom policajti odcudzené auto A dobehnú.
- Ako ďaleko od Bratislavy dobehne auto B odcudzené auto A?

Pri riešení grafickou metódou použite simulačný program „Dialnica“ (EXCEL) na študijnom DVD.



Vymyslite si reálnu situáciu a simulujte ju na počítači.

Skúste vymyslieť vlastnú úlohovú situáciu s iným dejom alebo aspoň s inými začiatočnými podmienkami a riešte ju na počítači.

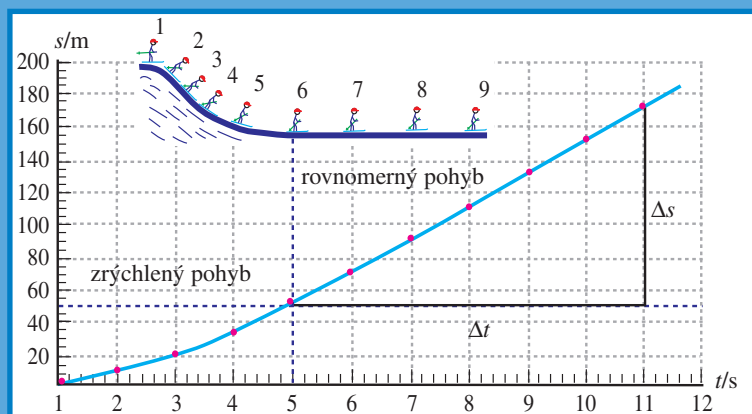
Poznámka

Pri riešení grafickou metódou na počítači v simulačnom programe „Dialnica“ (EXCEL), nakreslí program priamkové grafy dráhy $s = s(t)$ obidvoch pohybov. Grafy sa pretnú v bode so súradnicami (t', s') , čo sú hodnoty času a dráhy pri stretnutí oboch vozidiel. V programe EXCEL nájdeme na grafe dráhu, ktorú vozidlá prešli, ak zameriame kurzor na bod, v ktorom sa priamky preťali.

2.15 Meranie rýchlosti

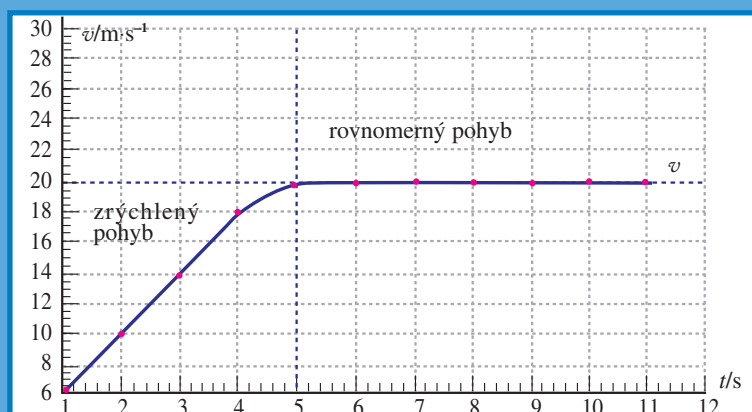
V článku 2.12 sme merali priemernú rýchlosť pohybu bicyklistu a lyžiara. Videli sme, že hodnota priemernej rýchlosti sa tým lepšie zhoduje so skutočnou rýchlosťou, čím je interval Δt kratší. Skutočnú rýchlosť, ktorou sa práve pohybujeme, môžeme vidieť napr. pri ceste autom na tachometri umiestnenom na palubnej doske. Tachometer ukazuje akou rýchlosťou sa pohybujeme v danom časovom okamihu. Rýchlosť, ktorou sa práve pohybujeme, zvykneme preto nazývať aj **okamžitá rýchlosť**.

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$



Pohyb lyžiara sa na svahu zrýchľoval a potom, približne od času $t = 5$ s, sa zmenil na rovnomerný pohyb. V čase $t = 5$ s lyžiar opustil svah a ďalej sa pohyboval na rovinke pokrytej zľadovateným povrchom (takmer) konštantnou rýchlosťou

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$



Otázka

Odmerali by sme rovnakú rýchlosť v aj vtedy, keby sa pohyb lyžiara začal napr. v bode, ktorý sme v obrázku označili 3?

Skúste odhadnúť, ako by sa v tom prípade zmenil priebeh obidvoch grafov.

Okamžitú rýchlosť vieme určiť matematickými postupmi. Ak sa chceme vyhnúť zložitej matematike, môžeme ju vypočítať použitím počítača s vhodným programom.

Tak napr. v počítačovom súbore „LyzeSvah“ (C6lite), ktorý je na študijnom DVD, môžeme nakresliť graf závislosti $v = v(t)$ rýchlosti od času keď poznáme graf závislosti $s = s(t)$ dráhy od času, ak použijeme príkazy: Spracovať/Analyzovať - Derivácia. Na simuláciu deja môžeme použiť excelovský program *Svah*.

Z grafu závislosti $s = s(t)$ vidíme, že keď sa lyžiar v čase $t = 5$ s začal pohybovať stálou rýchlosťou, krivka grafu prešla plynule do priamky, ktorá zobrazuje dráhu

Návod na zobrazenie grafu rýchlosti $v = v(t)$ ak je zadaný graf dráhy $s = s(t)$, nájdete v počítačovom súbore „LyzeSvah“ (C6lite).

Pozri poznámku o programe Derivácia na konci článku!

rovnomeného pohybu. Stálu rýchlosť tohto rovnomeného pohybu vieme určiť meraním na grafe a výpočtom

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

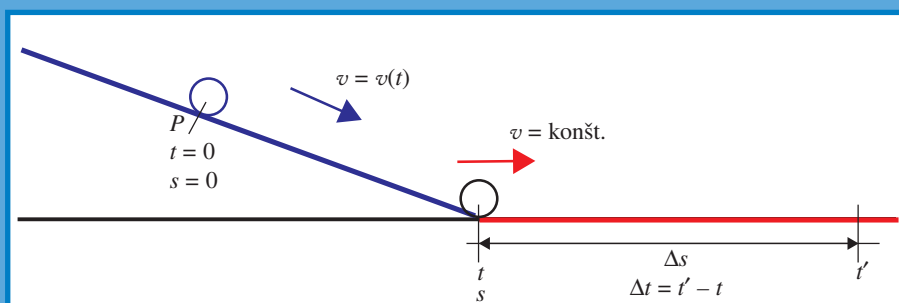
Veľkosť rýchlosti vypočítaná podľa posledného vzťahu a rýchlosť, ktorú odmeriame priamo na grafe rýchlosti $v = v(t)$ by sa mali navzájom rovnať.

Úlohy

Podobá sa náčrt experimentu vpravo na pohyb lyžiara na svahu a pod svahom?

Naplánujte modelový experiment, ktorým sa presvedčíte, že konečná rýchlosť lyžiara na svahu závisí od polohy bodu P , kde sa jeho pohyb začal.

1. Nedal by sa nájsť na obrázku a v znázornených grafoch návod na meranie rýchlosti nerovnomerného pohybu?
2. Ak vám nič nenapadá, pozrite si nasledujúci obrázok.



Ako odmeriate rýchlosť v ?

Na obrázku je schéma experimentu, ktorý modeluje pohyb lyžiara na svahu.

3. Vykonajte modelový experiment podľa predchádzajúceho obrázka.
4. Uvažujte, ako výsledky experimentu a zobrazené grafy súvisia s definíciou okamžitej rýchlosti nerovnomerného pohybu:

Rýchlosť pohybu telesa v istom čase je rýchlosť, ktorou by sa teleso pohybovalo, keby od tohto času bol jeho pohyb rovnomený priamočiary.

5. V počítačovom programe C6lite je súbor „LietadloLod.cmr“, v ktorom je graf závislosti dráhy $x = x(t)$ od času t opisujúci pristávanie lietadla na lietadlovej lodi. Využite príkazy Spracovať/Analyzovať – Derivácia a zobrazte rýchlosť $v = v(t)$ v závislosti od času.
6. Zobrazte graf rýchlosti rastu rastliny v závislosti od času v úlohe na študijnom DVD v počítačovom súbore „Rastlina02“.



Lietadlo pristáva na palube lietadlovej lode. Pristávací hák sa zachytí o lano a ďalší pohyb lietadla bude spomalený. Pozri a spracuj údaje v súbore „LietadloLod.cmr“ (C6lite).

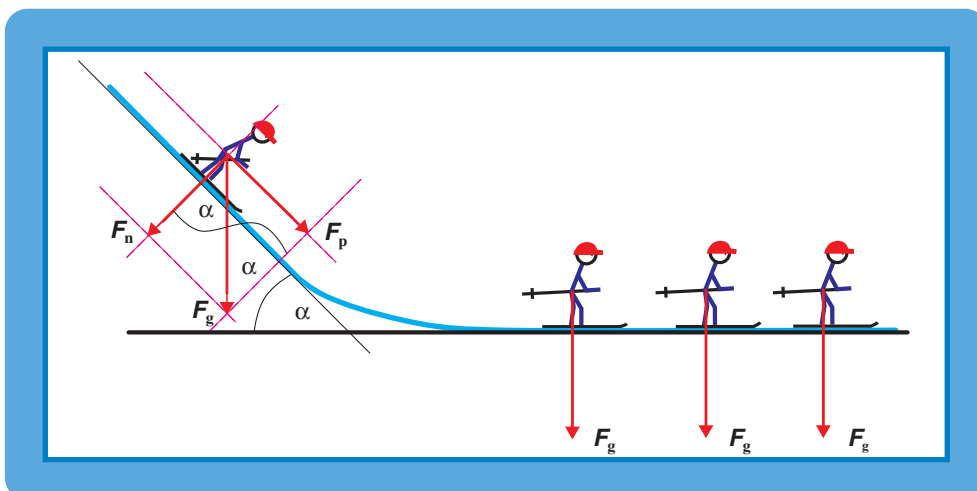
Poznámka k programu DERIVÁCIA

Kreslenie grafu časovej závislosti rýchlosti $v = v(t)$, keď je známy graf závislosti $s = s(t)$ dráhy od času, robí počítač podľa zadaného programu Derivácia. V programe C6lite sa k nemu dostanete kliknutím na graf závislosti $s = s(t)$ a potom výberom príkazu Spracovať/Analyzovať – Derivácia.

Derivácia je matematická operácia, ktorú na tomto stupni fyzikálneho vzdelávania nepotrebuje detailne poznať (ak ste sa nerozhodli, venovať sa štúdiu fyziky hlbšie). Mali by ste si len zapamätať, že v počítači je **program, ktorý dokáže nájsť časovú závislosť rýchlosti, ak mu zadáme graf časovej závislosti dráhy** a mali by ste sa naučiť tento program používať. (Podobne ste sa už dávnejšie naučili na kalkulačke vypočítať napr. tretie odmocniny čísel bez toho, aby ste sa starali podľa akých algoritmov kalkulačka pracuje.)

2.16 Prvý Newtonov pohybový zákon

V predchádzajúcom článku sme spracovali údaje získané pri pohybe lyžiara na svahu a pod svahom. Lyžiar sa na svahu pohybuje zrýchleným pohybom. Príčinou zrýchľovania je zrejme gravitačná sila – jej zložka orientovaná v smere svahu (pozri článok 2.8) a nasledujúci obrázok.



Na svahu je príčinou zrýchľovania pohybu lyžiara zložka F_p gravitačnej sily.

Pod svahom sa táto zložka rovná nule ($F_p = 0$), ale napriek tomu sa lyžiar aj naďalej pohybuje.

Povrch zjazdovky bol pokrytý ľadom, a preto sme mohli zanedbať treciu silu pôsobiacu proti pohybu. Trenie príliš neovplyvnilo pohyb lyžiara ani na krátkej vodorovnej rovinke pod svahom. Lyžiar sa pohyboval ďalej, aj keď sa už pohybová zložka F_p gravitačnej sily F_g rovnala nule.

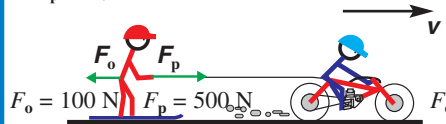
Na udržanie pohybu je skutočne potrebná sila?

Skúsme teraz uvažovať o pohybe, pri ktorom nebude odporová sila zanedbateľne malá. Príklad takého pohybu je znázornený na nasledujúcom obrázku. Pohybuje sa na ňom lyžiar, ktorého vlečie na lane motocykel. Proti smeru pohybu pôsobí odporová sila, ktorú sme označili F_o .

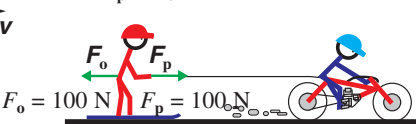
Odporovú silu F_o prevažne spôsobuje **šmykové trenie lyží o povrch cesty**, ale tiež **odpor, ktorý kladie pohyb vzduch**.

F_p sila pôsobiaca v smere pohybu F_o odporová sila

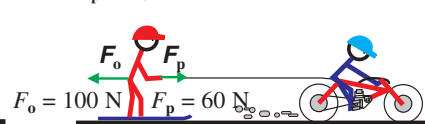
a) $F_p > F_o$ zrýchlený pohyb smer pohybu



b) $F_p = F_o$ rovnomerný pohyb



c) $F_p < F_o$ spomalený pohyb



Na obrázku sú znázornené tri možnosti priamočiareho pohybu lyžiara. Pri každej možnosti je výsledná sila pôsobiaca v smere pohybu iná.

Motocykel pôsobí na lyžiara v smere jeho pohybu silou F_p . Zo skúsenosti vieme, že v opačnom smere, proti smeru pohybu vždy pôsobí na lyžiara **odporová sila F_o** . Výsledná sila pôsobiaca na lyžiara v smere jeho trajektórie má veľkosť $F = F_p - F_o$ a smeruje na stranu väčšej zo síl F_p , F_o .

Ak sa nad pohybmi lyžiara za motocyklom zamyslíme a použijeme skúsenosti, ktoré máme z každodenného života, je nám dobre pochopiteľný prvý a posledný obrázok. Pohyb lyžiara sa zrýchľuje, ak sila, ktorou naň pôsobí motocykel je väčšia



ako odporová sila. Naopak – pohyb lyžiara sa spomaľuje, ak naňho motocykel pôsobí menšou silou ako je odporová sila F_o .

Výslednica síl pôsobiacich v smere pohybu sa rovná nule.

Teleso sa pohybuje rovnomerne, aj keď v smere pohybu nepôsobí žiadna sila.

Na lyžiara pôsobia aj ďalšie sily kolmo na smer jeho pohybu

F_g – gravitačná sila a

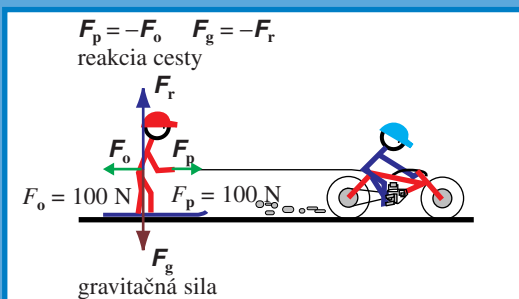
F_r – sila, ktorou na lyžiara pôsobí cesta.

Nezakrivujú jeho trajektóriu?

Sily sú rovnako veľké a majú navzájom opačný smer.

Pohyb lyžiara je rovnomerný priamočiary.

Na obrázku b) je situácia, ktorú by sme mali vysvetliť: Sily F_p , F_o majú rovnaké veľkosti $F_p = F_o$ a opačné smery. Ich súčet sa rovná nule a ich účinky sa navzájom rušia. Výslednica síl, ktoré na lyžiara pôsobia v smere trajektórie sa rovná nule. To vytvára podmienky „ako keby na lyžiara v smere jeho trajektórie nepôsobila žiadna sila“. Ak je táto podmienka zachovaná, teleso sa pohybuje rovnomerným priamočiarym pohybom.



Na obrázku je znázornený pohyb lyžiara a všetky sily, ktoré naň pôsobia. Ich výslednica sa rovná nule.

Lyžiar koná rovnomerný priamočiary pohyb.

Úlohy

1. Ak sa lyžiar pustí lana, zmení sa sústava síl, ktoré naň pôsobia. Akú budú mať tieto sily výslednicu? Aký bude ďalší pohyb lyžiara?
2. Lyžiar sa prestane pohybovať. Ako teraz vyzerá sústava síl, ktoré naň pôsobia, aká je ich výslednica a aký bude jeho pohybový stav?

Až do Newtonových čias prevládala predstava, ktorú zaviedol staroveký filozof ARISTOTELES (384-322 pred n. l.). Podľa tejto predstavy *žaden pohyb sa nekoná bez vonkajšej príčiny – príčinou pohybu je sila*.

Isaac Newton túto predstavu zavrhol. Podľa Newtona – teleso, na ktoré nepôsobia vonkajšie sily sa nachádza v jednom z **dvoch rovnocenných pohybových stavov sú to:**

1. Pokoj
2. Pohyb rovnomerný priamočiary

Zákon, ktorý zaviedol sa podľa neho nazýva **prvý Newtonov pohybový zákon**. **Teleso zostáva v stave pokoja alebo v rovnomernom priamočiarym pohybe dovtedy, kým nie je nútené zmeniť tento pohybový stav pôsobením vonkajších síl.**

Zo zákona vyplýva:

Sila je príčinou zmeny pohybového stavu telesa:

Sila mení pokoj telesa na pohyb a naopak pohyb na pokoj telesa.

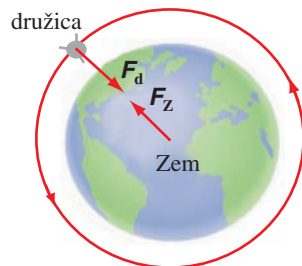
Sila mení rýchlosť pohybu telesa:

- a) rýchlosť telesa rastie, ak sila pôsobí v smere pohybu,
- b) rýchlosť telesa klesá, ak sila pôsobí proti smeru pohybu.

Sila môže zmeniť priamočiary pohyb telesa na krivočiary pohyb (tak napr.

Prvý Newtonov pohybový zákon

Pozri poznámku k pojmu „vonkajšia sila“ na konci tohto článku.



gravitačná sila pôsobiaca medzi Zemou a umelou obežnicou Zeme – družicou, zakrivuje trajektóriu družice).

Poznámka k pojmu „vonkajšia sila“

Podľa prvého Newtonovho pohybového zákona **na zachovanie pokoja alebo rovnomerného priamočiareho pohybu telesa treba vytvoriť podmienky, pri ktorých na teleso nepôsobia žiadne sily.**

Stav, pri ktorom „*na teleso nepôsobí žiadna vonkajšia sila*“ sa prakticky nedá realizovať. Napr. na Zemi sa nedokážeme vyhnúť jej príťažlivosti. Preto nedokážeme ani celkom vylúčiť trenie vznikajúce pri šmýkaní alebo odvalovaní pohybujúceho sa telesa po iných telesách. Pri väčšine pohybov v plyne a kvapaline sa nezbavíme vplyvu odporových síl. Preto obsah prvého Newtonovho pohybového zákona opisuje stav, ktorý sa dá dôsledne realizovať len v myšlienkovom experimente.

V laboratórnej praxi robíme experimenty, ktoré potvrdzujú prvý Newtonov pohybový zákon nepriamo.

Stav, ktorý sme nazvali „*na teleso nepôsobia žiadne sily*“ vtedy nahrádzame stavom, pri ktorom „*sily pôsobiace na teleso v smere pohybu majú nulovú výslednicu*“.

Príklad

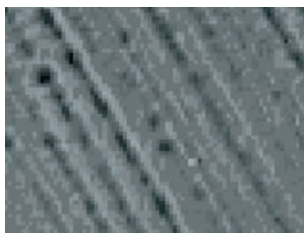
Na vozíček pohybujúci sa po koľajničkách pôsobí proti smeru jeho pohybu nezanedbateľná sila trenia. Ak ho postrčíme, nekoná rovnomerný pohyb, ale pohybuje sa spomalene. Ak ale dráhu postupne nakláňame v smere pohybu zistíme, že pri určitom sklone sa po miernom postrčení bude vozíček pohybovať rovnomerne.

Poznáte vzduchovú dráhu? Ak ju máte vo vašom fyzikálnom kabinete, použite ju pri experimentoch.

Úlohy

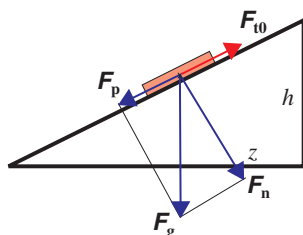
1. Skúste vymyslieť a vykonať experiment, pri ktorom sa teleso pohybuje rovnomerne priamočiaro bez pôsobenia vonkajších síl alebo s pôsobením sily, ktorá vyrovnáva nežiaduci účinok vonkajších síl, napr. trenie.
2. Urobte náčrt naklonenej dráhy vozíčka a zakreslite vektor trecej sily smerujúcej proti smeru pohybu. Potom nakreslite vektor tiažovej sily pôsobiacej na vozík tak, aby jej zložka pôsobiaca v smere pohybu vyrovnala účinok sily trenia.
3. Vlak sa pohybuje rovnomerne po vodorovnej priamočiarej trati. Načo potrebuje rušeň?

2.17 Trenie



Trečia sila F_t (**sila šmykového trenia**) sa prejavuje vtedy, keď sa po sebe šmýkajú povrchy dvoch telies. Mikroskopické nerovnosti bránia ich vzájomnému pohybu a povrchy sa pritom vyhladzujú. Plocha, ktorá sa pri pohľade voľným okom javí ako lesklá a hladká, je pri zväčšení na obrázku zbrázdená „hlbokými“ drážkami.

Trenie medzi povrchmi telies sa neprejavuje len pri ich vzájomnom pohybe. **Statické trenie** bráni telesu, ktoré leží na podložke, aby sa dalo do pohybu, ak naň pôsobí sila rovnobežná s podložkou. Vyskúšajte si to s mincou na naklonenej rovine alebo zošita.



Minca na naklonenej rovine

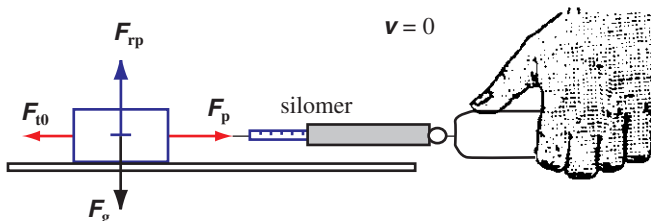
Doteraz už sme v tejto učebnici spomínali treciu silu niekoľkokrát ako príčinu spomalovania pohybu telesa. Teraz sa ju naučíme merať.

Najprv pripravte experiment podľa schémy na nasledujúcom obrázku.

Všetky sily, pôsobiace na hranol sme vyznačili v jeho ťažisku. V smere pohybu pôsobí na hranol ruka ťahovou silou F_p a napína silomer. V opačnom smere pôsobí rovnako veľká trecia sila proti smeru pohybu.

Meranie sily statického trenia

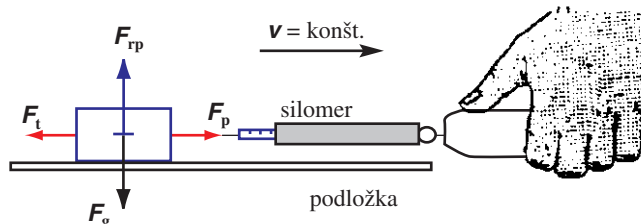
statické trenie – hranol je v pokoji



Pri postupnom zväčšovaní ťahovej sily F_p rastie aj veľkosť sily statického trenia. Keď ťahová sila dosiahne veľkosť maximálnej hodnoty F_{t0} statického trenia a prekročí ju ($F_p \geq F_{t0}$), hranol sa „odtrhne“ od podložky a začne sa po nej šmýkať (klzať). Aby sme odmerali veľkosť sily F_{t0} musíme sledovať silomer a zaznamenať jeho údaj v okamihu, keď sa hranol „odtrhne“ od podložky a začne sa po nej šmýkať.

Meranie sily dynamického trenia

dynamické trenie – hranol sa pohybuje rovnomerne



Sila šmykového trenia

F_{t0} sila statického trenia
(trenie v pokoji)

F_g gravitačná sila

F_{rp} sila, ktorou podložka
pôsobí na hranol

F_t sila dynamického
trenia (trenie za pohybu)
Táto sila je vždy menšia
ako F_{t0} , sila statického
trenia
($F_{t0} \geq F_t$).

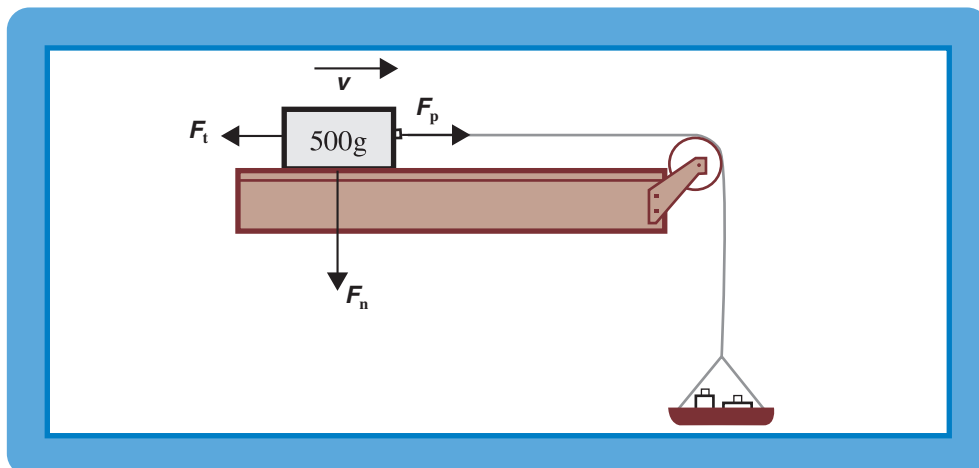
Po odtrhnutí od podložky udržujeme ťahovou silou hranol v rovnomernom pohybe konštantnou rýchlosťou v .

Silomer ukazuje veľkosť sily dynamického trenia ($F_t \leq F_{t0}$), ktorá je vždy menšia, ako sila statického trenia.

Udržať teleso na obrázku v rovnomernom pohybe ťahom ruky nie je celkom jednoduchá úloha – presvedčte sa o tom!

Mali by sme hľadať spoľahlivejšiu metódu merania sily trenia.

Koeficient trenia



Laboratórny variant merania sily statického a dynamického trenia

Veľkosť sily trenia F_t vypočítame zo vzťahu

$$F_t = fF_n$$

Hranol na obrázku má hmotnosť m . Sila F_n kolmá na vodorovnú podložku, po ktorej sa teleso šmýka, sa rovná gravitačnej sile F_g .

Jej veľkosť je $F_g = mg$, a preto predchádzajúci vzťah môžeme napísať v tvare

$$F_t = fmg$$

f – koeficient šmykového trenia

f_0 – koeficient statického trenia (trenie v pokoji)

Trenie medzi dvojicou po sebe sa šmýkajúcich povrchov charakterizuje konštantou f , ktorú nazývame **koeficient šmykového trenia**. Jej hodnoty nevyplývajú z teoretických vzťahov charakterizujúcich materiál povrchu telesa ale len zo skúsenosti, z pozorovania a merania.

Úlohy

1. Vysvetlite, ako použijete aparaturu na predchádzajúcom obrázku pri stanovení koeficientov trenia f a f_0 .

Plánujte a realizujte experiment a merania podľa obrázka laboratórneho experimentu.

Merajte koeficient statického a dynamického trenia pre rôzne dvojice povrchov. Výsledky zapisujte do tabuľky, napr.

Hľadajte hodnoty koeficientov trenia pre rôzne dvojice povrchov v matematicko-fyzikálnych tabuľkách.

Hmotnosť telesa	Sila kolmá na podložku	Odmeraná sila trenia	Koeficient trenia
m/kg	$F_n = mg$	F_t/N	f

Vysvetlite, prečo pri experimente s mincou na naklonenej rovine platí pre koeficient trenia vzťah

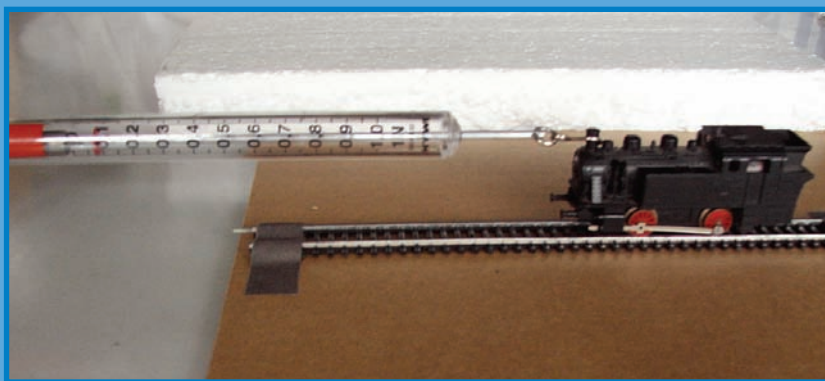
$$f = \frac{h}{z}$$

(pozri obrázok na str. 60)

Vysvetlite experiment

Plánujte a vykonajte experiment a meranie tak, aby ste odmerali koeficienty statického a dynamického trenia kolies rušňa na koľajničkách.

2. V úvode článku je vyobrazená minca na naklonenej rovine. Vymyslite techniku experimentu a metódu merania tak, aby sme naklonenú rovinu mohli použiť pri stanovení koeficientov trenia f, f_{10} .
3. Určte koeficient šmykového trenia v dvoch prípadoch:
 - a) Hranol sa rovnomerne šmýka po podložke, ak závažie spolu s miskou má hmotnosť 100 g.
 - b) Hranol je na začiatku experimentu v pokoji a zotrúva v pokoji aj keď postupne zväčšujeme hmotnosť závaží na miske. Dá sa do pohybu, keď závažia spolu s miskou majú hmotnosť 250 g.
4. Rozpamätajte sa a vyhľadajte informácie o tom, kde všade treba zmenšovať trenie a ako sa to robí. Vráťte sa aj do histórie. Vždy bolo potrebné presúvať ťažké predmety alebo ošetrovať osi kolies.



5. Na obrázku je rušeň z detského TT vláčika na koľajničkách. Vľavo je silomer (s rozsahom do 1 N), s puzdrom upevneným v stojane. Merač systém silomera je spojený s vláčikom. Rušeň má hmotnosť 57 g. Koeficienty statického a dynamického trenia kolies rušňa na koľajničkách majú hodnoty 0,12 a 0,002.
 - a) Určte maximálnu silu, ktorú ukáže silomer pri rozbiehaní rušňa.
 - b) Určte silu, ktorú silomer ukáže, keď sa kolesá rušňa budú preklzovať.
6. Napíšte krátku úvahu na tému: „Ako by vyzeral svet bez trenia?“

Potrebuje trenie?



O trení často uvažujeme ako o jave, ktorý bráni pohybu a ktorý preto treba potláčať. Obvykle sa pokúšame treciu silu zmenšiť na čo najmenšiu mieru napr. leštením trecích povrchov alebo ich natieraním mazadlami rôzneho druhu – tukmi alebo olejmi. V technickej praxi často minimalizujeme trenie tak, že medzi povrchy, ktoré sa po sebe šmýkajú, vkladáme vrstvičku guľôčok alebo valčekov.

Menej často uvažujeme o trení ako o potrebnom jave. Už v článku 2.3 sme uviedli ako je trenie dôležité pri chôdzi a pri doprave. Možno vás napadnú aj ďalšie javy, pri ktorých trenie využívame.

2.18 Ako padajú telesá

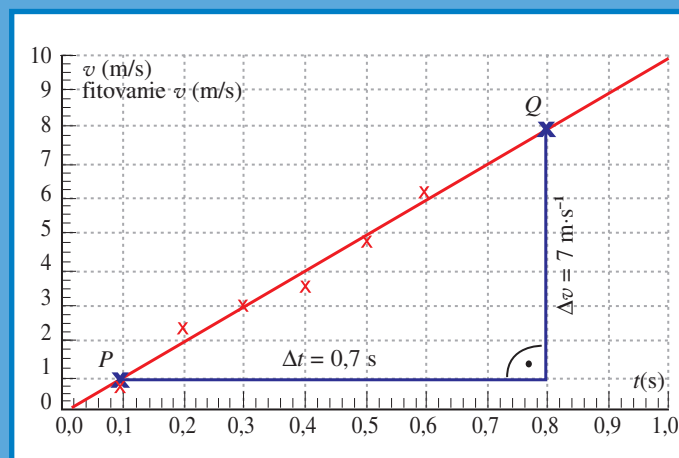
Vpravo je fotografický záznam pádu mačky z výšky 2,5 m. Medzi jednotlivými zábermi uplynul čas 0,10 s.

Pokúste sa zobrazený dej analyzovať a opíšte ho ako pohyb fyzikálneho telesa.

Riešte úlohy

- Preskúmajte obrázok a rozhodnite, či pohyb mačky je rovnomerný, zrýchlený alebo spomalený.
- Merajte dráhu, ktorú mačka prešla za čas 0,10 s, 0,20 s, 0,30 s, ... (V každom obrázku by ste sa mali zamerať na najvyšší bod mačky.)
- Zostrojte graf závislosti dráhy od času, $s = s(t)$. (Odporúčame počítačové spracovanie údajov v súbore „Cat“ (C6lite), kde je nastavená tabuľka a body grafu sa vykresľujú automaticky, po dosadení hodnôt t , s do tabuľky).

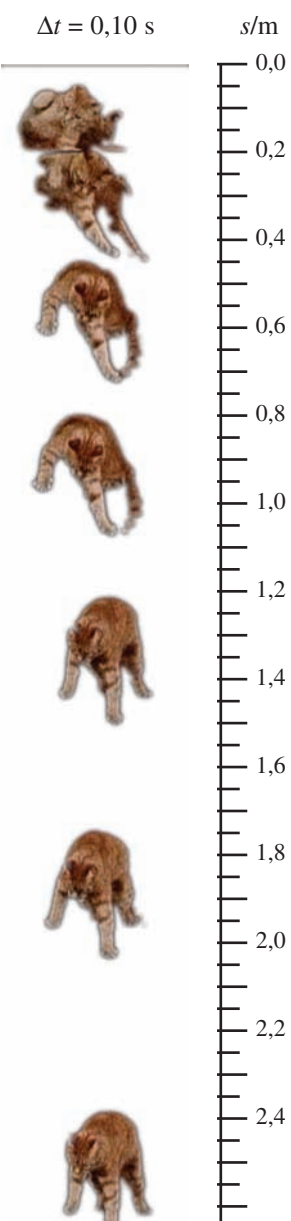
Program C6lite dokáže nielen zostrojiť graf dráhy $s = s(t)$, ale „vie“ aj určiť okamžité rýchlosti pohybu a zobraziť ich na grafe. Graf uvádzame tak, ako ho zobrazil počítač. Dokreslili sme v ňom pravouhlý trojuholník so stranami Δt , Δv .



Graf rýchlosti v závislosti od času je priamka. Rýchlosť v rastie v závislosti od času t lineárne. Ak odhliadneme od chýb merania, ktoré sme pravdepodobne urobili vidíme, že priamka grafu prechádza začiatkom súradnicovej sústavy. Z grafu vyplýva, že koľkokrát viac času t pri pohybe uplynie, toľkokrát sa zväčší hodnota rýchlosti v . Môžeme preto našu závislosť považovať za **priamu úmernosť medzi rýchlosťou a časom**.

$$v = at \quad (a = \text{konšt.})$$

Pohyb, pri ktorom rýchlosť lineárne narastá s časom, je **rovnomerne zrýchlený pohyb**.



Pohyb rovnomerne zrýchlený

Rýchlosť v rastie lineárne v závislosti od času t .

Zrýchlenie

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

rovnomerne zrýchleného pohybu má konštantnú veľkosť.

Rýchlosť narastá v navzájom rovnakých časových intervaloch Δt o rovnaké hodnoty Δv . Preto je konštantný aj ich podiel

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = a$$

Konštanta a sa nazýva **zrýchlenie rovnomerne zrýchleného pohybu**.

Podobne ako rýchlosť $\mathbf{v}$ je aj zrýchlenie $\mathbf{a}$ vektorová veličina. Má preto, ako každý vektor, okrem veľkosti aj smer. Pri priamočiariom pohybe – páde mačky – má zrýchlenie rovnaký smer ako rýchlosť.

Jednotka zrýchlenia

$$[a] = \frac{[\Delta v]}{[\Delta t]} = \frac{\text{m} \cdot \text{s}^{-1}}{\text{s}} = \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Vzťah $\frac{\Delta v}{\Delta t} = a$, ktorým sme definovali veľkosť zrýchlenia, použijeme aj pri meraní zrýchlenia na priamkovom grafe závislosti $v = at$. Pre veľkosť zrýchlenia pádu mačky vychádza

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{0,7 \text{ s}} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Odmeraná hodnota zrýchlenia pádu mačky $a = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, je blízka hodnote normálneho tiažového zrýchlenia $g = 9,80665 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ (pozri článok 2.1).

Pád telesa s konštantným zrýchlením $g \approx 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ nazývame **voľný pád telesa**.

So zrýchlením $g \approx 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ by padalo na povrchu Zeme každé teleso, keby naň nepôsobila odporová sila, ktorá sa prejavuje pri pohybe vo vzduchu.

Odporová sila, ktorá ovplyvňovala aj pohyb mačky, bola zrejme zanedbateľne malá. Preto nám vyšla hodnota zrýchlenia $a = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \approx g$, blízka hodnote zrýchlenia, s ktorým by mala padať vo vákuu.

Voľný pád telesa

So zrýchlením g padajú telesá vo vákuu, ale aj vo vzduchu, ak môžeme zanedbať odporovú silu pôsobiacu proti smeru pohybu.

Poznámka

Odporová sila pôsobiaca na telesá, ktoré sa pohybujú vo vzduchu závisí od ich rýchlosti. Na pomerne krátkej dráhe bola zrejme rýchlosť pádu mačky príliš malá, aby odporová sila mohla pohyb ovplyvniť. (V článku 2.23 sa budeme zaoberať pôsobením odporovej sily podrobnejšie.)

Úlohy

1. K šikmej veži v Pise sa viaže meno jedného z talianskych fyzikov, ktorý pred niekoľkými storočiami skúmal pohyb padajúcich telies. Preskúmajte dostupnú literatúru a internet a zistite ako sa fyzik volal, kedy žil a čo pri svojich výskumoch zistil.
2. Akou rýchlosťou dopadla na zem mačka z výšky 2,5 m na obrázku v úvode tohto článku?

2.19 Dráha voľného pádu

V predchádzajúcom článku sme skúmali pohyb padajúcej mačky. Zistili sme, že na krátkom úseku dráhy, na ktorom padala ($\approx 2,5$ m), nemusíme brať do úvahy odporovú silu pôsobiacu proti smeru pohybu. Rýchlosť padajúcej mačky rovnomerne narastá s časom, zrýchlenie a jej pohybu je konštantné a približne sa rovná gravitačnému zrýchleniu.

$$a = \text{konšt.} \approx g$$

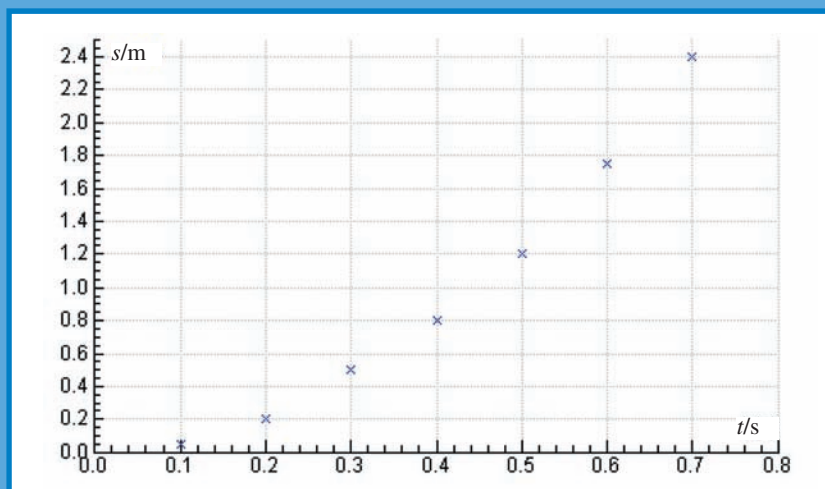
Padajúce teleso koná rovnomerne zrýchlený pohyb, ktorý môžeme považovať za voľný pád.

Vo všeobecnosti platí: Ak bolo padajúce teleso na začiatku merania času ešte v pokoji (ako pri našom meraní v článku 2.18), platí pre závislosť rýchlosti od času vzťah

$$v = gt$$

Aký matematický vzťah by sme mohli napísať pre závislosť dráhy od času?

Preskúmame ako sa mení dráha padajúcej mačky z predchádzajúceho článku v závislosti od času. Použijeme graf zo súboru „Cat“, ktorý nakreslil počítač v programe C6lite.



Veľa fyzikálnych závislostí, ktorých graf sa podobá nášmu grafu časovej závislosti dráhy, sa vyjadruje matematickou funkciou v tvare

$$s = kt^m$$

kde k je konštanta a m je neznámy exponent. Exponent máva často celočíselnú hodnotu (napr. 1, 2, 3,...). Hodnotu $m = 1$ môžeme vylúčiť – v takom prípade by sa graf závislosti $s = s(t)$ zobrazil priamkou. Skúsme teda, či by priebehu závislosti na obrázku nevyhovoval exponent $m = 2$. V tom prípade by malo platiť

$$s = kt^2$$

To ale znamená, že ak čas narastie napr. na dvojnásobok určitej hodnoty, dráha sa zväčší štvornásobne (2^2 -krát = 4-krát). Ak čas narastie na trojnásobok určitej hodnoty, dráha sa zmení 3^2 -krát = 9-krát, teda na deväťnásobok pôvodnej hodnoty. (Vyskúšajte si to na našom grafe dráhy padajúcej mačky, napr. na hodnote $t = 0,2$ s, $s = 0,2$ m.)



Pohyb s konštantným zrýchlením, pri ktorom sa nemení smer rýchlosti, sa nazýva **priamočiary rovnomerne zrýchlený pohyb**.

Graf závislosti dráhy od času

$$s = s(t)$$

Pokúsme sa bodmi grafu viesť matematickú funkciu tvaru

$$s = kt^m$$

kde m je neznámy exponent.

Úlohu riešime metódou pokus/omyl

Skúsime, či našej funkcii $s = s(t)$, o ktorej predpokladáme, že bude mať tvar $s = kt^m$, vyhovuje exponent $m = 2$.

Skúsiť si to možno v súbore „CatPad“ (C6lite) pomocou príkazu „Prezerat“.

Pozrite si študijný text na konci tohto článku.

Po takejto úvahe môžeme predpokladať, že dráha padajúceho telesa sa dá vyjadriť vzťahom $s = kt^2$, v ktorom stále nepoznáme význam konštanty k . K tomu sa dostaneme až odvodením, pri ktorom ako východisko využijeme známy vzťah pre rýchlosť $v = gt$, ktorý poznáme z predchádzajúceho článku. Odvodenie vzťahu pre časovú závislosť dráhy padajúceho telesa uvádzame na konci tohto článku.

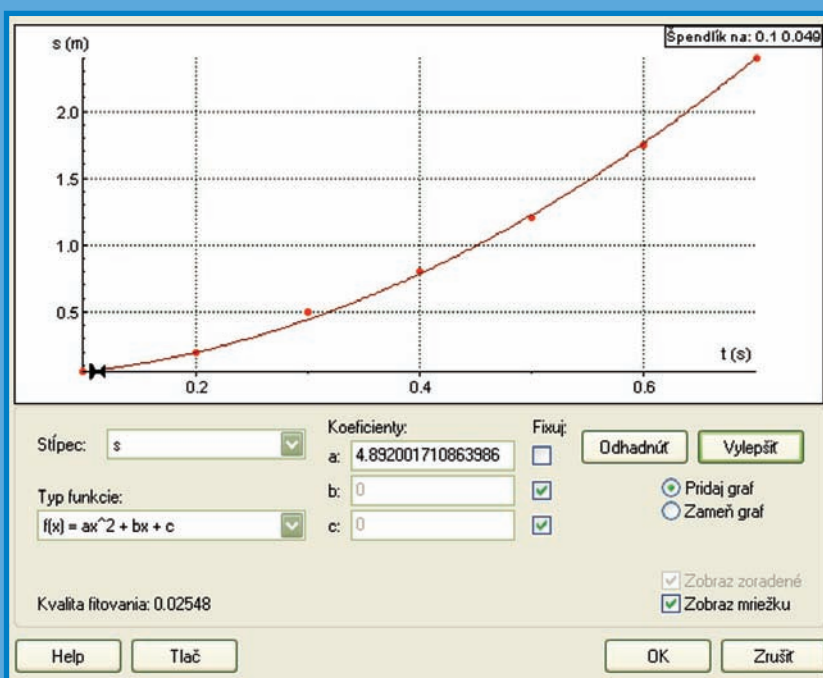
Pre hľadanie konštanty vychádza $k = \frac{1}{2}g$ a pre časovú závislosť dráhy telesa vzťah $s = \frac{1}{2}gt^2$.

Program C6lite ponúka funkciu, ktorá umožňuje aproximáciu (fitovanie) výsledkov merania grafom vopred nastavenej matematickej funkcie. Dostaneme sa k nej ak po kliknutí na graf zobrazenej závislosti dráhy od času využijeme príkaz Spracovať/Analyzovať – Fitovanie funkciou (pozri obrázok).

Aproximácia (fitovanie) výsledkov merania závislosti $s = s(t)$ kvadratickou funkciou sa podarila. Náš predpoklad o závislosti dráhy s od času t v tvare kvadratickej funkcie bol zrejme správny. Správne sme zrejme odvodili hľadajú závislosť v tvare

$$s = \frac{1}{2}gt^2$$

Z výsledkov merania závislosti $s = s(t)$, fitovaných kvadratickou funkciou, vychádza približná hodnota zrýchlenia voľného pádu $g \approx 9,78 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.



Výsledky nášho merania dráhy padajúcej mačky sme nechali fitovať kvadratickou funkciou (typ funkcie $f(x) = ax^2 + bx + c$, kde koeficienty $b = 0$, $c = 0$). Stlačením príkazu „Vylepšiť“ vykreslil počítač čiaru grafu a v tabuľke koeficientov sa zobrazila hodnota koeficientu $a \approx 4,89$.

$$f(x) = ax^2 + bx + c, b = 0, c = 0.$$

$$s = \frac{1}{2}gt^2 \quad \frac{1}{2}g \approx 4,89 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$g \approx 9,78 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \approx 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Úlohy

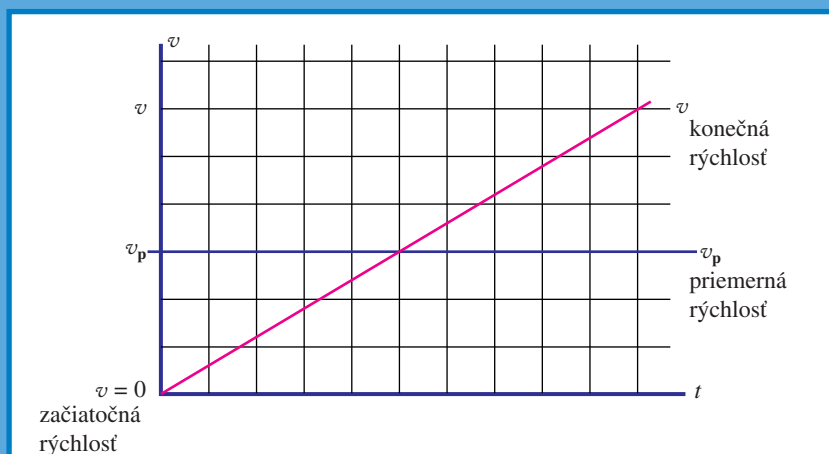
1. V predchádzajúcom článku ste riešili úlohu o skúmaní voľného pádu zo šikmej veži v Pise. Zistite, akú má veža výšku a ako dlho z nej padajú telesá voľným pádom.

2. Galileo celkom iste nemal stopky. Ako a s akou presnosťou dokázal merať dobu pádu? Nemohla obmedzená presnosť jeho časomerných zariadení ovplyvniť výsledky jeho pokusov?
 3. Chlapec vysoký 1,6 m vystrelil z praku (gumipušky) kovovú guľku vo vodorovnom smere rýchlosťou $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.
 - a) Ako dlho guľka poletí a ako ďaleko od miesta výstrelu by mala dopadnúť, ak zanedbáme odpor, s ktorým sa stretáva vo vzduchu?
 - b) Bol by dostrel väčší na Mesiaci? Skúste si to prepočítať.
- Riešenie úlohy sa zrejme nezaobíde bez určitých odhadov.

Preštudujte si

Odvodenie časovej závislosti dráhy pádu telesa

Pokúsme sa odvodiť vzťah pre dráhu s v závislosti od času. Potrebujeme to urobiť najmä preto, aby sme poznali fyzikálny význam konštanty k . Vychádzať pritom budeme z grafu, ktorý sme dostali v prechádzajúcom článku a zo vzťahu pre rýchlosť $v = gt$. Na obrázku je graf rýchlosti $v = gt$ voľného pádu. Od začiatku pádu uplynul čas t , teleso prešlo dráhu s a nadobudlo konečnú rýchlosť v .



Z článku 2.12 by sme si o priemernej rýchlosti mali pamätať:

Priemerná rýchlosť nerovnomerného pohybu sa rovná rýchlosti rovnomerného pohybu, ktorý sa uskutočnil na rovnakej dráhe za rovnaký čas ako nerovnomerný pohyb.

Za čas t prešlo teleso dráhu s priemernou rýchlosťou

$$v_p = \frac{s}{t}$$

$$s = v_p t = \frac{v}{2} t = \frac{gt}{2} t = \frac{1}{2} gt^2$$

Dráha s , ktorú teleso prešlo voľným pádom za čas t sa dá vyjadriť vzťahom

$$s = \frac{1}{2} gt^2$$

$v = gt$ – rýchlosť voľného pádu v čase t

Priemerná rýchlosť voľného pádu

Rýchlosť voľného pádu rastie lineárne, preto priemernú rýchlosť určíme ako polovicu súčtu začiatočnej a konečnej rýchlosti v

$$v_p = \frac{0 + v}{2} = \frac{v}{2}$$

Priemerná rýchlosť nerovnomerného pohybu

Hľadaná konštanta sa rovná jednej polovici zrýchlenia g voľného pádu

$$k = \frac{1}{2} g$$

2.20 Rovnomerne zrýchlený pohyb

**Gravitačná sila
na povrchu Zeme**

$$F_g = mg$$

**Zrýchlenie rovnomerne
zrýchleného pohybu**

$$a = \text{konšt.}$$

**Rovnomerne zrýchlený
pohyb**

Začiatočná dráha

$$s_0 = 0$$

začiatočná rýchlosť

$$v_0 = 0$$

V dvoch článkoch 2.18 a 2.19 sme preskúmali voľný pád mačky. Zistili sme, že voľný pád je priamočiary rovnomerne zrýchlený pohyb, pri ktorom sa v navzájom rovnakých časových intervaloch Δt zmení veľkosť rýchlosti o rovnakú hodnotu Δv .

Podľa prvého Newtonovho zákona (pozri článok 2.16) sa rýchlosť priamočiareho pohybu telesa mení len ak na teleso pôsobí sila. Tak je to aj pri voľnom páde – na padajúce teleso pôsobí v smere pádu stála gravitačná sila $F_g = mg$. Pôsobenie stálej gravitačnej sily na padajúce teleso je príčinou jeho rovnomerne zrýchleného pohybu s konštantným zrýchlením. Túto vlastnosť môžeme zovšeobecniť:

Teleso, na ktoré pôsobí v smere jeho pohybu stála sila, sa pohybuje rovnomerne zrýchleným pohybom.

Pri voľnom páde sa teleso pohybuje so zrýchlením g .

Vo všeobecnosti sa pri rovnomerne zrýchlenom pohybe teleso pohybuje s konštantným zrýchlením, ktoré označujeme a .

Teleso, ktoré sa pohybuje priamočiarym rovnomerne zrýchleným pohybom

- má konštantné zrýchlenie $a = \text{konšt.},$
- rýchlosť závisí od času podľa vzťahu $v = at,$
- dráha závisí od času podľa vzťahu $s = \frac{1}{2}at^2.$

Tieto vzťahy platia len vtedy, ak na začiatku merania času bolo teleso v pokoji (začiatočná dráha sa rovnala nule $s_0 = 0$ a jeho začiatočná rýchlosť sa rovnala nule $v_0 = 0$).

Ak sú začiatočné podmienky pohybu iné, majú iný tvar aj rovnice, ktorými opisujeme rovnomerne zrýchlený pohyb.

V takom prípade môže byť **priamočiary rovnomerne zrýchlený pohyb** opísaný nasledujúcimi vzťahmi:

- má konštantné zrýchlenie $a = \text{konšt.},$
- rýchlosť závisí od času podľa vzťahu $v = at + v_0,$
- dráha závisí od času podľa vzťahu $s = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + s_0.$

V týchto vzťahoch označujú veličiny v_0 a s_0 veľkosť rýchlosti a dráhu v čase $t = 0$.

Rovnomerne zrýchlený a rovnomerne spomalený pohyb

Veličinu **zrýchlenie pohybu** sme zaviedli definíciou $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$. Pretože rýchlosť je vektorová veličina, je vektorovou veličinou aj zrýchlenie

$$a = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}.$$

Mali by sme teda vždy keď riešime úlohu o zrýchlenom pohybe uvažovať nielen o veľkosti, ale aj o smere zrýchlenia.

Uvážme, ako sa vektorový charakter zrýchlenia prejavuje pri opise priamočiareho pohybu.

Zo skúsenosti vieme, že pri zrýchľovaní pohybu telesa, napr. vozíka, alebo naopak – pri jeho spomaľovaní, musíme pôsobiť na teleso silou buď v smere alebo proti smeru pohybu telesa.

Pôsobením sily na pohybujúce sa teleso sa zmení jeho rovnomerný pohyb na pohyb nerovnomerný – zrýchlený alebo spomalený.

Ak na teleso pôsobí v smere jeho pohybu stála sila, jeho pohyb je rovnomerne zrýchlený.

Pri riešení úloh vychádza konštantné zrýchlenie s kladnou hodnotou

$$a = \text{konšt.} \quad a > 0.$$

(Spomeňte si na voľný pád s konštantným zrýchlením g , pri ktorom pôsobí stála gravitačná sila F_g .)

Ak na teleso pôsobí proti smeru jeho pohybu stála sila, jeho pohyb je rovnomerne spomalený.

Pri riešení úloh vychádza konštantné zrýchlenie so zápornou hodnotou

$$a = \text{konšt.} \quad a < 0.$$

Rovnomerne zrýchlený pohyb

V smere pohybu pôsobí stála sila $F = \text{konšt.}$

Rovnomerne spomalený pohyb

Proti smeru pohybu pôsobí stála sila $F = \text{konšt.}$

Poznámky

1. Neskôr uvidíme, že uvedené dve súvislosti medzi silou a zrýchlením vyplývajú z druhého Newtonovho pohybového zákona, s ktorým sa oboznámime v nasledujúcom článku.
2. Zápis $a < 0$ neznamená, že zrýchlenie je veličina so zápornou veľkosťou. Pri výpočte zrýchlenia zo vzťahu $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$ vychádza záporná hodnota, pretože rýchlosť v závislosti od času klesá, a preto $v_2 < v_1$ a rozdiel $v_2 - v_1 < 0$ je záporný.

Úlohy

1. Lietadlo štartuje tak, že sa rozbieha so stálym zrýchlením $a = 5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Jeho štartovacia rýchlosť (ktorú má dosiahnuť, aby vzlietlo) je $240 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Aká dlhá má byť štartovacia dráha?
2. Automobil začal brzdiť pri rýchlosti $72 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ a zastal po prekonaní dráhy 60 m . S akým zrýchlením sa pohyboval?

Riešenie:

$$v_0 = 72 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1} = 20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}, \quad s = 60 \text{ m}, \quad v = 0, \quad a = ?$$

$$v = at + v_0, \Rightarrow 0 = at + v_0 \Rightarrow t = -\frac{v_0}{a}$$

$$s = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow s = \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{a} - \frac{v_0^2}{a} \Rightarrow s = -\frac{v_0^2}{2a}$$

$$a = -\frac{v_0^2}{2s} = -\frac{400}{2 \cdot 60} \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \approx -3,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

Automobil sa pohyboval so zrýchlením $-3,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Pohyb je spomalený, vektor zrýchlenia je orientovaný proti smeru pohybu, preto pri vypočítanej hodnote zrýchlenia vychádza záporné znamienko (-).

$$v_0 = 0, \quad s_0 = 0$$

$$v = at, \quad s = \frac{1}{2}at^2$$

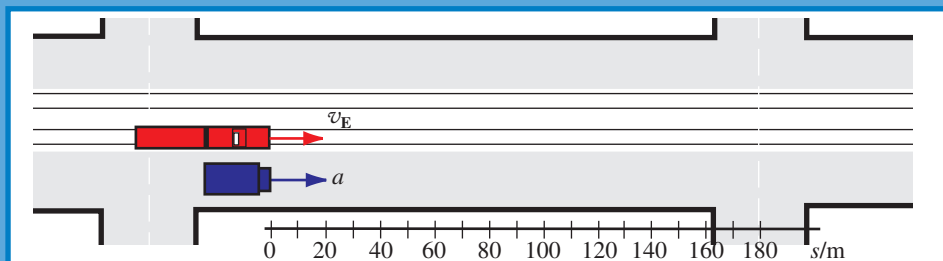
$$v_0 = 72 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}, \quad s_0 = 0$$

$$v = at + v_0$$

$$s = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$$

3. Určte dráhu, na ktorej zabrzdil bicyklista, ak z pôvodnej rýchlosti $10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ zastal v priebehu 10 s ($v_0 = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $s_0 = 0$, $v = at + v_0$),

$$s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t.$$



4. Na začiatku ulice sú električka a automobil na rovnakej úrovni a pohybujú sa rovnakým smerom. Električka sa pohybuje konštantnou rýchlosťou v_E , automobil s konštantným zrýchlením a . Dokáže automobil na križovatke odbočiť pred električkou? Riešte úlohu pri rôznych hodnotách rýchlostí a zrýchlenia a pri rôznych hodnotách začiatkových rýchlostí oboch vozidiel. Použite simulačný program „TramRZ“, zostavený v tabuľkovom kalkulátore EXCEL.

2.21 Druhý Newtonov pohybový zákon

V článku 2.16 sme na príklade lyžiara ťahaného na lane za motocyklom skúmali súvislosť medzi pôsobením sily a zmenami pohybového stavu. Zistili sme, že:

Teleso sa pohybuje zrýchlene, ak naň pôsobí sila v smere jeho pohybu.
Teleso sa pohybuje spomalene, ak naň pôsobí sila proti smeru jeho pohybu.
Teleso zotrúva v stave pokoja alebo v priamočiarom rovnomernom pohybe, ak naň nepôsobia vonkajšie sily.

Takéto správanie telesa sa zrejme riadi nejakou fyzikálnou zákonitosťou. Môžeme očakávať, že existuje **prírodný zákon, podľa ktorého veličiny zrýchlenie a a sila F navzájom súvisia**. Možno by sa dal vykonať experiment, ktorý by dal odpoveď na otázku:

? $a = a(F)$?

„Ako závisí zrýchlenie pohybu telesa od sily, ktorá naň pôsobí?“

Túto otázku si položil pred viac ako tristo rokmi anglický fyzik Isaac Newton. Spomeňme si na jeho prvý pohybový zákon, podľa ktorého teleso zotrúva v pohybe priamočiarom a rovnomernom, ak naň nepôsobia vonkajšie sily (článok 2.16).

Newton zrejme vychádzal zo skúsenosti a z experimentov. Uvedomil si, že zmena rýchlosti Δv zrýchleného pohybu má ten istý smer ako pôsobiaca sila F a jej veľkosť závisí od veľkosti silového pôsobenia. Tento poznatok vyjadril v jednom z najdôležitejších fyzikálnych zákonov, ktorý sa dnes nazýva podľa autora **druhý Newtonov pohybový zákon**.

Druhý Newtonov pohybový zákon môžeme vysloviť a zapísať rôznymi spôsobmi. Najprv uvedieme matematickú formu.

$$F = ma \text{ alebo } a = \frac{F}{m}$$

Druhý Newtonov pohybový zákon

Z obidvoch rovníc vyplývajú tieto fyzikálne informácie:

- Zrýchlenie pohybu telesa s konštantnou hmotnosťou je priamo úmerné sile, ktorá na teleso pôsobí.
- Ak pôsobíme rovnakou silou na telesá s nerovnakými hmotnosťami, zrýchlenie ich pohybu je nepriamo úmerné ich hmotnosti.

Na ľavej a pravej strane rovníc, ktorými sme zákon vyjadrili vystupujú **vektorové veličiny** – sila F , zrýchlenie a . Preto znak rovnosti sa týka nielen ich veľkosti, ale aj ich smeru.

Smer zrýchlenia je rovnaký ako smer pôsobiacej sily.

Teraz už poznáme všetky tri Newtonove pohybové zákony:

Prvý Newtonov pohybový zákon

Teleso zostáva v pokoji alebo v rovnomernom priamočiarom pohybe, pokiaľ nie je nútené vonkajšími silami tento stav zmeniť.

Druhý Newtonov pohybový zákon

Zrýchlenie telesa je priamo úmerné výslednej pôsobiacej sile a nepriamo úmerné hmotnosti telesa.

Tretí Newtonov pohybový zákon

Dve telesá na seba pôsobia rovnako veľkými, opačne orientovanými silami.

Pri priamočiarom pohybe hmotného bodu môže mať vektor zrýchlenia jeden z dvoch smerov. Buď je orientovaný v smere pohybu alebo proti smeru pohybu. Vzájomnú súvislosť sily a zrýchlenia potom vyjadrujeme v tvare, v ktorom namiesťto vektorov vystupujú ich veľkosti:

$$F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m}$$

Jednotka sily newton (N) má jednotkový rozmer

$$[F] = [m][a] = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} = \text{N}$$

Úlohy

1. Vysvetlite, prečo by sme mohli jednotku sily newton definovať výrokom: „Jeden newton je sila, ktorá ak pôsobí na teleso s hmotnosťou 1 kg udelí mu zrýchlenie $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ “.
2. Ultraľahké lietadlo s hmotnosťou 400 kg (aj s pilotom) má motor, ktorý naň spolu s vrtuľou pôsobí ťahovou silou 4,0 kN. Vzletová rýchlosť lietadla je $108 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.
 - a) S akým zrýchlením sa rozbieha pri štarte?
 - b) Akú dlhú dráhu potrebuje, aby odštartovalo?
3. Lietadlá na lietadlovej lodi štartujú pomocou katapultu, ktorý lietadlu s hmotnosťou $20 \cdot 10^3 \text{ kg}$ umožní odštartovať pri rýchlosti $68 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ na dráhe dlhej 20 m. Aké je zrýchlenie lietadla? Ako dlho trvá štart?

Vektory

sila F pôsobiaca na teleso a zrýchlenie a jeho pohybu, majú rovnaký smer.



Jednotka sily – newton

Aktivita 5.9

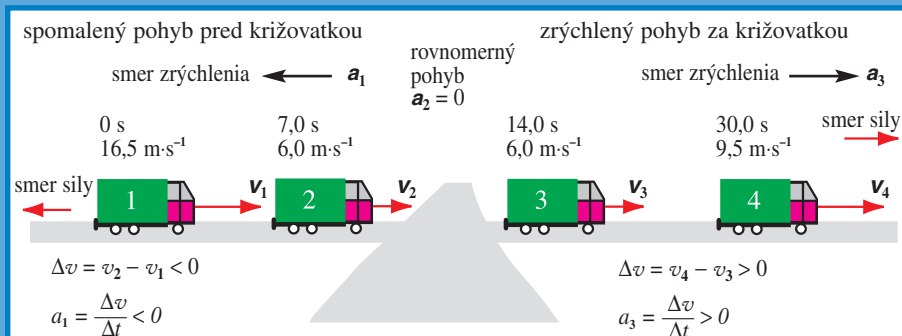
Prejazd automobilu
križovatkou

Počítačová simulácia úlohy
s možnosťou zadať iné
parametre je v súbore
„KamionKriz“ (EXCEL).

4. Na obrázku sa blíži ku križovatke rýchlosťou v_1 kamión s hmotnosťou $20 \cdot 10^3$ kg. Kamión pred križovatkou brzdí – proti smeru jeho pohybu pôsobí stála sila, preto jeho rýchlosť rovnomerne klesá ($a_1 = \text{konšt.} < 0$). Na križovatke musí dať automobil prednosť vozidlám prichádzajúcim sprava, a preto dobrý vodič zníži rýchlosť a cez križovátku kamión prejde rovnomerným pohybom ($a_2 = 0$). Za križovatkou na kamión pôsobí stála sila v smere pohybu a jeho rýchlosť rovnomerne rastie ($a_3 = \text{konšt.} > 0$).

- Vypočítajte zrýchlenie a_3 automobilu pri rozbiehaní za križovatkou a určte veľkosť sily F_3 , ktorá naň pôsobí v smere pohybu.
- Vypočítajte zrýchlenie a_1 automobilu pri brzdení pred križovatkou a určte veľkosť sily F_1 , ktorá naň pôsobí proti smeru pohybu.
- Vysvetlite, prečo pre zrýchlenie a_3 vychádza kladná hodnota a pre zrýchlenie a_1 záporná hodnota.

Vektor zrýchlenia má rovnaký smer ako pôsobiaca sila.

**Príklad riešenia – pohyb pred križovatkou**

Zrýchlenie automobilu pred križovatkou vypočítame zo vzťahu

$$a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{6,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} - 16,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{7 \text{ s} - 0} = -\frac{10,5 \text{ m}}{7 \text{ s}^2} \approx -1,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

Po dosadení do pohybovej rovnice môžeme vypočítať silu, ktorá kamión pred križovatkou brzdí

$$F_1 = ma_1 \Rightarrow F_1 = 20\,000 \text{ kg} \cdot (-1,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}) = -30\,000 \text{ kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-2} = -30 \text{ kN}$$

Znamienko (–) pred vypočítanou hodnotou opäť upozorňuje na to, že sila pôsobila proti smeru pohybu, a teda má rovnaký smer ako zrýchlenie.

Použite údaje z obrázka a rovnakým spôsobom určte silu, ktorá pôsobí na kamión pri rozbiehaní za križovatkou.

2.22 Pohybová rovnica

Pod pohybovou rovnicou spravidla rozumieme matematicky vyjadrený **vzťah medzi silou a veličinami zrýchlenie, rýchlosť a dráha**, ktoré opisujú pohyb a jeho zmeny. Takou rovnicou môže byť napr. aj druhý Newtonov pohybový zákon (článok 2.21)

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

Na ľavej strane rovnice je vektor sily $\mathbf{F}$, ktorý dostaneme ako výslednicu všetkých síl (všetkých smerov a veľkostí), ktoré na teleso pôsobia.

Na pravej strane rovnice je hmotnosť m pohybujúceho sa telesa. Ak sa súčasne pohybuje viac telies, ktoré sú navzájom pospájané, treba ich hmotnosti zahrnúť do veličiny m .

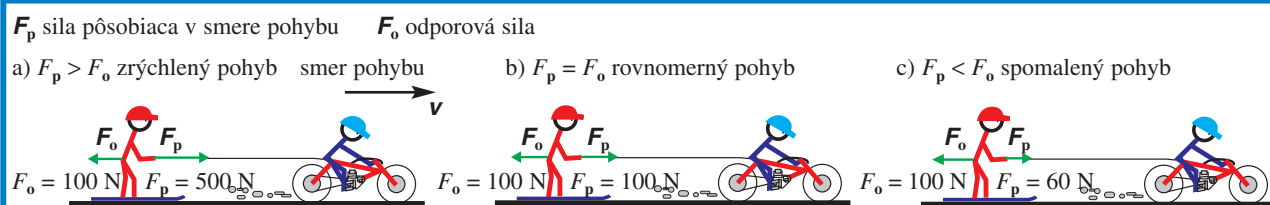
Na pravej strane je v súčine s hmotnosťou telesa vektor $\mathbf{a}$ zrýchlenia pohybu. Zrýchlenie má rovnaký smer ako pôsobiaca sila $\mathbf{F}$. Veľkosť a zrýchlenia je priamo úmerná veľkosti sily.

Ak riešime úlohy o pohyboch, v ktorých výslednica síl pôsobí na teleso v priamke, po ktorej sa teleso pohybuje, nemusíme sa zaoberať vektorovým zápisom, postačí keď v pohybovej rovnici zapíšeme veľkosti sily a zrýchlenia

$$F = ma$$

Úlohy

Na obrázku sú znázornené tri možnosti priamočiareho pohybu lyžiara. V každom prípade je výsledná sila pôsobiaca v smere pohybu iná.



- V článku 2.16 sme skúmali pohyby lyžiara za motocyklom. Teraz použite pohybovú rovnicu a vypočítajte zrýchlenie a lyžiara. Ak sa pozrieme na pohybovú rovnicu zistíme, že nám ešte chýba hmotnosť lyžiara. Predpokladajme, že lyžiar má hmotnosť (aj s výstrojom) 90 kg. Nezabudnite, že celková sila $\mathbf{F}$ je výslednica dvoch síl, ktoré sme v obrázku označili $\mathbf{F}_o$, $\mathbf{F}_p$. Napr. pre situáciu na obrázku a) platí:

$$a = \frac{500 \text{ N} - 100 \text{ N}}{90 \text{ kg}} = \frac{400 \text{ N}}{90 \text{ kg}} = 4,44 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \approx 4,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

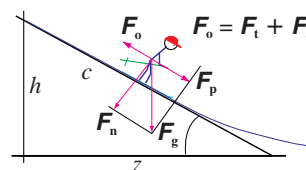
- Na obrázku vpravo je lyžiar na svahu. Počas zjazdu naň pôsobia dve odporové sily – sila trenia $\mathbf{F}_t$ a aerodynamická odporová sila $\mathbf{F}_a$. O tretej sile môžeme predpokladať, že sa počas zjazdu lyžiara nebude meniť. Iné je to s aerodynamickou odporovou silou, o ktorej zo skúsenosti, napr. z jazdy na bicykli vieme, že sa zväčšuje s rýchlosťou.

Pohybová rovnica bude mať tvar

$$F_p - F_o = ma \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{F_p - F_o}{m}$$

Riešte úlohu aj pre ďalšie dve situácie na obrázku.



$$\frac{h}{z} = \frac{2}{10}, \quad f = 0,02$$

$$s = 200 \text{ m}$$

Pohybová rovnica

pre pohyb lyžiara na svahu:

$$F_p - F_t - F_a = ma$$

Sily s konštantnou veľkosťou

$$F_p = mg \sin \alpha$$

$$F_t = fmg \cos \alpha$$

Premenná sila, závislá od rýchlosti

$$F_a = F_a(v) - \text{sila } F_a$$

Ako sa bude líšiť riešenie úlohy od skutočnosti, ak zanedbáme aerodynamickú odporovú silu?

Riešte úlohu:

Lyžiar s hmotnosťou 80 kg sa pohybuje na svahu so sklonom $h : z = 2 : 10$. Koeficient dynamického šmykového trenia za pohybu má hodnotu 0,02. Akú bude mať lyžiar rýchlosť, ak prejde dráhu 200 m?

Zatiaľ sme schopní úlohu riešiť len riešením pohybovej rovnice bez započítania aerodynamickej odporovej sily ($F_a = 0$). Ak vykonáme všetky výpočty, pravdepodobne nám vyjde, že lyžiar sa po 200 metrov dlhom zjazde pohybuje rýchlosťou takmer 100 km·h⁻¹.

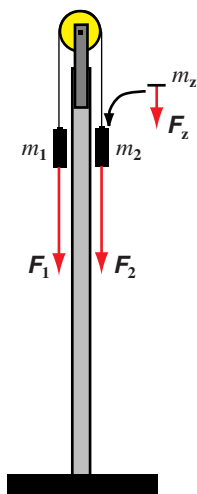
Výpočty sú ako zvyčajne veľmi zdĺhavé a neostane nám spravidla čas na to, aby sme ešte naviac zistili, ako by na pohyb lyžiara pôsobili zle navoskované skĺznice lyží (napr. $f = 0,03$) alebo zjazdovka s iným sklonom.

Odporúčame preto použiť počítačovú simuláciu „Svah“ v programe EXCEL, kde môžeme meniť parametre vplývajúce na pohyb lyžiara a výsledky čítať na grafoch zrýchlenia, rýchlosti a dráhy zobrazených v závislosti od času (pozri pripojený prehľad parametrov).

hmotnosť lyžiara (kg)	m	80,00
sklon svahu	h/z	0,20
koeficient šmykového trenia lyží	f	0,02
gravitačné zrýchlenie m·s ⁻²	g	9,80
tvarový koeficient aerodynamického odporu	C_x	0,00
čelný prierez (m ²)	S_x	0,50
hustota vzduchu (kg/m ³)	ρ	1,30

Pokiaľ v simulačnom programe ponecháme nulovú hodnotu tvarového koeficientu aerodynamického odporu ($C_x = 0$), program bude simulovať zjazd lyžiara bez započítania aerodynamickej odporovej sily, ako keby sa pohyboval vo vákuu. Ak ale dosadíme za koeficient C_x nenulovú hodnotu (reálna hodnota je napr. 0,4), odporová sila sa započítava a narastá so zväčšujúcou sa rýchlosťou. To podstatne ovplyvňuje aj veličiny zrýchlenie, rýchlosť a dráhu. Vyskúšajte si to.

Pohybom telies v kvapaline a v plyne sa budeme zaoberať až v článku 2.23. Ak sa ale chcete o aerodynamickej odporovej sile dozvedieť viac už pri simulácii pohybu lyžiara, prečítajte si ho vopred.



3. Na obrázku vľavo sme znázornili školské experimentálne zariadenie – Atwoodov pádostroj. Skladá sa zo sústavy dvoch rovnakých závaží s hmotnosťami m_1 , m_2 , ktoré sú spojené vláknom preloženým cez ľahkú kladku s malým trením v osi. Ak sa začne jedno z nich pohybovať nahor alebo nadol, musíme za celkovú pohybujúcu sa hmotnosť považovať súčet hmotností závaží $m = m_1 + m_2$.

- Pri miernom postrčení niektorého závažia, sa obvykle pohyb sústavy začne. Spravidla netrvá dlho – vysvetlite, či by to nejak mohlo súvisieť s vlastnosťami kladky.
- Aby sme vyrovnali „zlé správanie“ kladky, pridáme na jedno zo závaží prívažok – tenký pliešok s hmotnosťou m_z . Ak sme prídavné závažie zvolili správne, po malom postrčení závažia m_2 smerom nadol koná celá sústava rovnomerný pohyb. Vysvetlite!

Ak teraz závažie m_2 zameníme za iné závažie (m_z ponecháme), s inou hmotnosťou (m_3), mohli by sme overiť druhý Newtonov pohybový zákon. Navrhните, naplánujte a vykonajte experiment a meranie. Attwoodov pádostroj si zhotovte zo školského statívového materiálu. (Nezabudnite na stopky!)

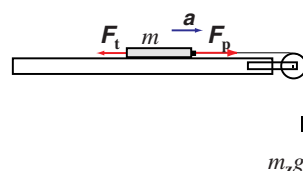
Poznámka

Nesmieme sa nechať pomýliť tým, že kladka mení smer pôsobiacej sily. Sústava závaží pospájaných lanom sa správa tak, ako keby sa pohybovala ako celok rovnakým smerom. Preto aj tu môžeme použiť pohybovú rovnicu v tvare $F = ma$, kde F je veľkosť výslednice síl, ktoré na sústavu pôsobia. (Naprič: $ma = F_2 + F_z - F_1$.)

Preskúmajte experiment zobrazený vpravo

Zo síl, ktoré pôsobia na teleso (kváder) s hmotnosťou m sme zobrazili len tie, ktoré ovplyvňujú veľkosť a smer jeho zrýchlenia a .

- Vymenujte všetky ďalšie telesá v obrázku, ktoré pôsobia na kváder.
- Urobte si náčrt situácie a nakreslite doň sily, vzájomného pôsobenia. Vysvetlite, ako tieto sily vplyvajú na pohybový stav telesa a prečo očakávame, že pohyb kvádra bude rovnomerne zrýchlený.
- Vysvetlite, v akom vzťahu je hmotnosť m_z závažia so silou F_p .
Vypočítajte zrýchlenie pohybu. Kváder a závažie majú hmotnosti $m = 400$ g, $m_z = 10$ g, koeficient dynamického šmykového trenia medzi kvádom a podložkou má hodnotu $f = 0,1$.



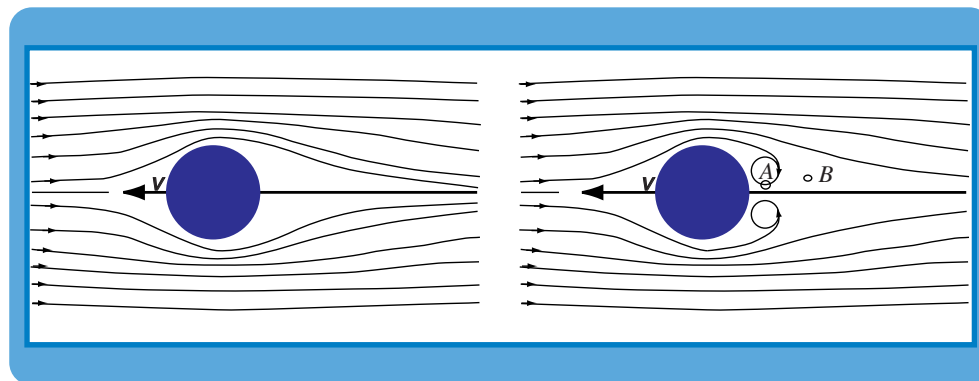
2.23 Sily odporujúce pohybu v tekutinách

Pohyb v kvapaline

Iste sa väčšina z nás rozepamätá na skúsenosť z bazéna. Ak prestaneme plávať a pokúšame sa o chôdzu na dne, pociťujeme značnú odporovú silu – podstane väčšiu ako pri plávaní. Vtedy si obvykle uvedomíme prečo ryby ale aj cicavce, ktoré trávajú veľa času vo vode, majú tak tvarované telo, aby odpor, ktorý im kladie voda pri pohybe, bol čo najmenší.



Pri pohybe v tekutine (v kvapaline alebo v plyne) teleso strháva so sebou tenké vrstvičky tekutiny. Vrstvičky sa voči sebe pohybujú – klížu sa jedna po druhej. Najrýchlejšie sa pohybuje tá vrstvička, ktorá sa nachádza tesne pri telese – pohybuje sa spolu s telesom. Pri vzájomnom šmykovom trení pôsobia na jednotlivé vrstvy tekutiny odporové sily, ktoré bránia pohybu telesa.



Laminárne – vláknové obtekanie telesa

Pokiaľ pohybujúce sa teleso neprekročí určitú **kritickú rýchlosť**, vrstvičky tekutiny sa kľžu jedna po druhej bez toho, aby vznikali víry (na obrázku vľavo).

Ak sa rýchlosť pohybu telesa nemení, odporová sila smerujúca proti smeru pohybu má konštantnú veľkosť. Po určitom čase sa odporová sila ustáli na takej hodnote, aby bola v rovnováhe so silou pôsobiaceou v smere pohybu tekutiny a teleso koná rovnomerný pohyb.

Poznámka

Rozpamätajte sa na pohyb vzduchovej bubliny v plastovej trubici (článok 2.13). Pri každom sklone trubice bola odporová sila pôsobiaca na bublinu proti smeru pohybu rovnako veľká ako vztlaková sila, ktorá na bublinu pôsobí v smere pohybu. Preto sa bublina pohybovala rovnomerne pri každom sklone trubice.

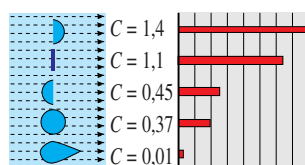
Turbulentné – vírové obtekanie telesa

Ak teleso pri pohybe v tekutine prekročí určitú **kritickú rýchlosť**, vznikajú za telesom víry.

Častice tekutiny sa vo víroch pohybujú po uzavretých, najčastejšie kruhových čiarach. Tie, ktoré prúdia v tesnom okolí povrchu telesa, sa vplyvom trenia zabrzdia a v priestore za telesom sa pohybujú po uzavretej krivke namiesto toho, aby pokračovali v pohybe do bodu B. Tak vzniknú za guľou dva proti sebe rotujúce víry, „odtŕhajú“ sa od telesa a pokračujú v ceste ako otáčajúci sa zhľuk častíc tekutiny.

Víry sa od telesa odtŕhávajú pravidelne, s určitou frekvenciou. Brzdia pritom jeho pohyb a okrem toho ho aj s rovnakou frekvenciou rozochvievajú. Znáмым javom je „trepotanie“ zástavy vo vetre.

Uvažujme teraz o turbulentnom obtekaní telesa, ktoré sa pohybuje v plynnom prostredí, napr. vo vzduchu. Aby také obtekanie vzniklo, musí byť relatívna rýchlosť telesa voči tekutine väčšia ako kritická rýchlosť. Teleso sa vtedy stretáva v plyne s **aerodynamickou odporovou silou** F_a .



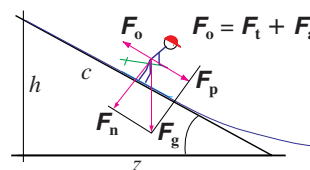
Aerodynamická odporová sila F_a , ktorá bráni pohybu telesa je priamo úmerná ploche S prierezu telesa kolmého na smer pohybu, hustote ρ telesa a druhej mocnine rýchlosti

$$F_a = \frac{1}{2} C S \rho v^2$$

Veličina C je tvarový koeficient odporu – konštanta, ktorá charakterizuje tvar pohybujúceho sa telesa. Ako tvar telesa vplýva na veľkosť odporovej aerodynamickej sily môžeme zistiť z tabuľky vľavo. Najväčšia hodnota ($C = 1,4$) prislúcha telesu tvaru misky obrátenej dutou stranou do smeru pohybu. Na obrázku pod tabuľkou vidíme, ako to využíva pristávajúci raketoplán, aby sa zastavil na čo najkratšej pristávacej dráhe.

(Simulácia pristávania lietadla brzdeného padákom je v súbore „Shuttle“ (EXCEL) v adresári „Počítačové aplikácie“. Riešte úlohu 4 na konci tohto článku.)

V článku 2.22 ste mali simulovať v súbore „Svah“ (EXCEL) úlohu o pohybe lyžiara na svahu bez započítania aerodynamickej odporovej sily. Riešte ju teraz znova a presvedčte sa, ako sa rýchlosť pohybu prejavuje pri pôsobení aerodynamickej odporovej sily na pohybujúce sa telesá. Uvažujte, ako mení lyžiar pri veľkých rýchlostiach svoj postoj a ako to vplýva na jeho pohyb.



Posúďte, ako sa naše výpočty líšia od reality, ak aerodynamickú odporovú silu považujeme za zanedbateľne malú.

Turbulentné prúdenie vyvoláva kmitanie telies, na ktorých vznikajú víry. To môže byť aj príčinou deštrukcie stavebných konštrukcií a celých stavieb. Frekvencia, s ktorou sa pri turbulentnom prúdení odtrhávajú víry od telesa, môže mať rovnakú hodnotu ako frekvencia, s ktorou je schopná kmitať stavebná konštrukcia, napr. most alebo veža. Pri veľkých výchylkách konštrukcie môže dôjsť k jej zničeniu. Známe sú zábery následkov pôsobenia turbulentného prúdenia na most v Tacome (USA) v r. 1945, ktorý sa nakoniec účinkom turbulencie roztrhol a zrútil. Na obrázku vpravo sú dva zábery cesty na rozkmitanom moste v dvoch krajných polohách.



Úlohy

- Na automobil s plošným obsahom prierehového rezu $2,5 \text{ m}^2$ pôsobí pri stálej rýchlosti $72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ stála odporová sila 250 N .
 - Vypočítajte tvarový koeficient odporu.
 - Akým spôsobom sa snažia výrobcovia automobilov minimalizovať veľkosť odporovej sily?
- Vplýva veľkosť odporovej sily pôsobiacej na automobil na jeho spotrebu pohonných látok? Svoje tvrdenie odôvodnite.
- Výsadbár s hmotnosťou 120 kg (vrátane hmotnosti padáka) zoskočil padákom v tvare polgule s priemerom 4 m . Na akej hodnote sa ustáli rýchlosť jeho pádu?
- Riešte úlohu o pristávaní raketoplánu: Akú dlhú pristávaciu dráhu raketoplán potrebuje? Úlohu riešte simuláciou v počítačovom súbore „Shuttle“ (EXCEL). Chýbajúce údaje (napr. hmotnosť a rozmery raketoplánu) vyhľadajte na internete).

- Čo nazývame aerodynamickým tvarom?
- Ako je to s aerodynamikou v prírode? Vznikajú niekde v prírode aerodynamické tvary aj samovoľne?
- Aký význam má tvar pri pohybe dopravných prostriedkov? Môže mať tvar vozidla vplyv na jeho energetické nároky?
- Súvisí tvar pohybujúceho sa telesa napr. aj so strelbou zo strelnej zbrane?
- Má nejakú rolu tvar pohybujúceho sa telesa aj pri výkonoch športovcov?

Námet na diskusiu a na projekt

Aký vzťah je medzi tvarom telies a ich pohybom? Uvážte všetky možnosti – živú aj neživú prírodu, techniku, šport,...

2.24 Hybnosť telesa a jej zmena

Pripravte a vykonajte experiment

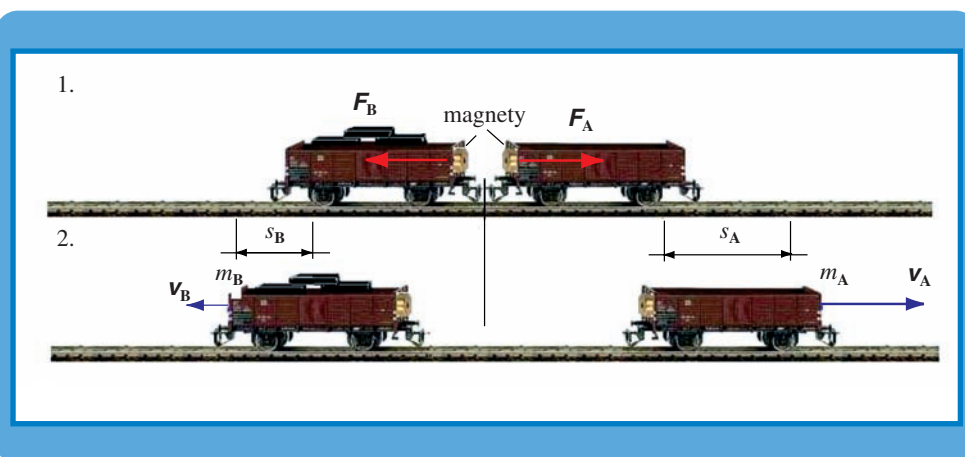
Máte doma z detských čias vláčik?

Vagóniky na seba navzájom pôsobia rovnako veľkými magnetickými silami

$$\mathbf{F}_A = -\mathbf{F}_B$$

$$F_A = F_B$$

Po uvoľnení sa vagóniky vplyvom ich vnútorných (magnetických) síl budú pohybovať rýchlosťami $\mathbf{v}_A$, $\mathbf{v}_B$ opačnými smermi.



Dva vagóniky modelovej železnice (TT) na seba pôsobia (odpuďujú sa) magnetickými silami. Magnety sú umiestnené v protihľých čelách vagónikov a sú voči sebe obrátené súhlasnými pólmi. Po uvoľnení sa vagóniky pohybujú opačnými smermi.

Pri vyhodnocovaní experimentu predpokladáme, že na pohyb vagónikov nevlývajú žiadne vonkajšie sily. Na krátkom úseku, na ktorom sledujeme ich pohyb, ani gravitačné sily, ani sily trenia pôsobiace proti smeru pohybu nijako neovplyvnia pohyb vagónikov.

V takom prípade vagóniky považujeme za sústavu, v ktorej menia pohybový stav len **vnútorné sily** (v tomto prípade sú to odpudivé magnetické sily). Sústavu telies, v ktorej zmeny pohybu nastávajú len pôsobením vnútorných síl nazývame **izolovaná sústava**.

Vyobrazený experiment modeluje vzájomné silové pôsobenie telies podľa tretieho Newtonovho pohybového zákona (článok 2.3). Rovnako veľké sily $\mathbf{F}_A$, $\mathbf{F}_B$, ktorými sa navzájom odpudujú dva magnety, uvádzajú dva vagóniky s hmotnosťami m_A , m_B z pokoja do zrýchleného pohybu s konečnými rýchlosťami $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$.

Sila $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$, ktorá pôsobí na vagón s hmotnosťou m , uvedie ho do pohybu s priemerným zrýchlením $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$. Pre veľkosť sily môžeme písať

$$F = ma = m \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta(mv)}{\Delta t} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

Hmotnosť vagónikov sa počas ich pohybu nemení, preto môžeme výraz $m\Delta v$ nahradiť výrazom $\Delta(mv)$ (hmotnosť vynásobená zmenou rýchlosti sa rovná zmene súčinu rýchlosti a hmotnosti).

Súčin $mv = p$ je veľkosť veličiny, ktorú nazývame **hybnosť telesa**. Pretože rýchlosť pohybu je vektorová veličina (má nielen veľkosť ale aj smer) mali by sme aj hybnosť vyjadriť ako vektor:

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}$$

Izolovaná sústava telies

Rýchlosťami $\mathbf{v}_A$, $\mathbf{v}_B$ prejdú vagóniky za rovnaký čas Δt nerovnaké dráhy s_A , s_B

Pre veľkosti veličín $\mathbf{F}$, p platí:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t},$$

$$(\Delta p = \Delta(mv))$$

Hybnosť telesa
(vektorová veličina)

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}$$

Veľkosť hybnosti
(skalárna veličina)

$$p = mv$$

V sústave vytvorenej vagónikmi sú magnetické sily, ktorými na seba vagóniky pôsobia, **vnútornými silami**. Preto majú rovnaké veľkosti $F_A = F_B$ a sú opačne orientované $\mathbf{F}_A = -\mathbf{F}_B$.

Ak za obidve sily dosadíme časové zmeny hybností telies, na ktoré pôsobia, dostaneme:

$$\frac{\Delta \mathbf{p}_A}{\Delta t} = -\frac{\Delta \mathbf{p}_B}{\Delta t} \Rightarrow \Delta \mathbf{p}_A = -\Delta \mathbf{p}_B \Rightarrow \Delta \mathbf{p}_A + \Delta \mathbf{p}_B = 0 \Rightarrow \Delta(\mathbf{p}_A + \mathbf{p}_B) = 0$$

Súčet $\mathbf{p}_A + \mathbf{p}_B = \mathbf{p}$ predstavuje celkovú hybnosť sústavy a výraz $\Delta(\mathbf{p}_A + \mathbf{p}_B) = \Delta \mathbf{p}$ vyjadruje zmenu celkovej hybnosti sústavy.

Z uvedených vzťahov vyplýva, že zmena celkovej hybnosti sústavy sa rovná nule $\Delta(\mathbf{p}_A + \mathbf{p}_B) = 0$ ($\Delta \mathbf{p} = 0$)

Veličina, ktorej zmena sa rovná nule je konštantná veličina. V našich vzťahoch to znamená, že izolovaná sústava vagónikov má celkovú hybnosť konštantnú. Tento výsledok môžeme rozšíriť na ľubovoľnú izolovanú sústavu telies.

Celková zmena hybnosti telies izolovanej sústavy sa rovná nule. Z toho vyplýva:

Celková hybnosť izolovanej sústavy sa nemení – je konštantná.

Tento záver je jedným z dôsledkov všeobecného zákona, ktorý nazývame **zákon zachovania hybnosti izolovanej sústavy**.

Príklad – strelba z kanóna

Uvažujme, ako sa zákon zachovania hybnosti prejavuje v praxi.

Príklad, ktorý sme si zvolili, vidáme dnes už len vo filmoch o pirátoch. Dve telesá, ktoré tvoria sústavu sú – **lodné delo** s hmotnosťou m_D a **delová guľa** s hmotnosťou m_G .

Po výstrele platí pre vektory zmien hybnosti vektorová rovnica $\Delta \mathbf{p}_G = -\Delta \mathbf{p}_D$ a pre samotné veľkosti zmien hybnosti skalárna rovnica $\Delta p_G = \Delta p_D$.

Obidve telesá sú pred výstrelom v pokoji. Pri výstrele sa zmení hybnosť guľe (pozri obrázok) o $m_G \Delta v_G$ a hybnosť dela o $m_D \Delta v_D$. Veľkosti zmien hybnosti sa navzájom rovnajú, a preto $m_G \Delta v_G = m_D \Delta v_D$ alebo

$$\frac{\Delta v_D}{\Delta v_G} = \frac{m_G}{m_D} \Rightarrow \Delta v_D = \frac{m_G}{m_D} \Delta v_G \Rightarrow \Delta v_D = \frac{10}{160} (100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} - 0) \approx 6,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Rýchlosť dela sa teda zmení z pokoja na rýchlosť približne 6 metrov za sekundu.

Otázne je, či sústavu *delo-guľa* môžeme považovať za celkom izolovanú sústavu – v praxi to asi bolo celkom naopak – delostrelci sa snažili delo zadržať a vymysleli spôsoby, ako ho zabrzdíť.

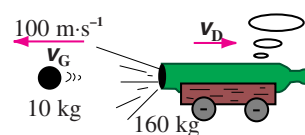
Úlohy

1. Vypočítajte priemernú veľkosť sily, ktorá pri výstrele pôsobila na delo na obrázku.
2. Akou rýchlosťou by sa malo neupevnené delo pohnúť pri výstrele smerom dozadu?

Rozpamätajte sa:

Znak Δ pred značkou veličiny má význam zmeny veličiny (napr. Δt , Δs , Δv).

Zákon zachovania hybnosti



$$\Delta \mathbf{p}_G = -\Delta \mathbf{p}_D$$

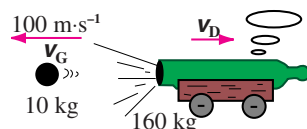
$$\Delta p_G = \Delta p_D$$

$$m_G \Delta v_G = m_D \Delta v_D$$

$$\frac{\Delta v_D}{\Delta v_G} = \frac{m_G}{m_D}$$

Dá sa považovať delo a delová guľa za izolovanú sústavu telies?

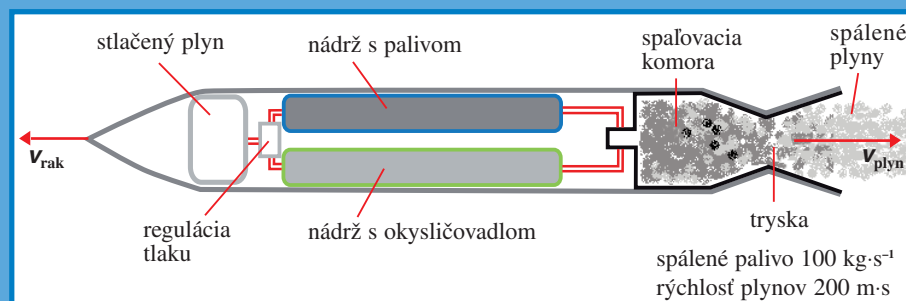
2.25 Javy súvisiace so zachovaním hybnosti sústavy



V článku 2.24 sme uvažovali o zachovaní hybnosti izolovanej sústavy telies. Ako príklad sme si zobrali izolovanú sústavu zloženú z lodného dela a delovej gule.

Skutočné sústavy, s ktorými sa v bežnej praxi stretávame, obvykle nie sú izolované. Vnútorne sily pôsobiace podľa tretieho Newtonovho pohybového zákona sa v nich aj tak prejavujú navzájom opačnými zmenami hybností telies, z ktorých sa sústava skladá. Na dvoch príkladoch by sme chceli ukázať, že zákon zachovania hybnosti, s ktorým sme sa oboznámili, má značný význam pre modernú dopravu, tak na zemskom povrchu, ako aj mimo našej Zeme.

Príklad – raketový motor



Štart prvého stupňa rakety, ktorá nesie raketo-plán na obežnú dráhu

Sústava

raketa – unikajúce plyny

Δp_1 – zmena hybnosti plynu

Δp_2 – zmena hybnosti rakety

Na podobnom princípe ako delo pracuje aj raketový motor. Do spaľovacej komory raketového motora sa vstrekuje palivo, napríklad zmes vodíka a kyslíka. Spálené plyny sa prejavujú tlakovými silami. V porovnaní s výstrelom z lodného dela, ktorý ste skúmali v článku 2.25 teraz namiesto delovej gule súvisle vyletuje prúd plynov.

Plyny vznikajúce pri horení unikajú vzadu z trysky motora veľkou rýchlosťou. V sústave zloženej z rakety a unikajúcich plynov sa navzájom rovnajú veľkosti zmeny hybnosti rakety v časovom intervale Δt a zmeny $\Delta p = \Delta(mv)$ hybnosti plynov, ktoré za tento čas Δt opustia trysku rakety.

V raketovom motore sa spaľuje zmes vodíka a kyslíka – napr. každú sekundu $m_p = 120$ kg paliva. V časovom intervale Δt sa zmení hybnosť plynov aj hybnosť rakety o navzájom rovnaké hodnoty Δp .

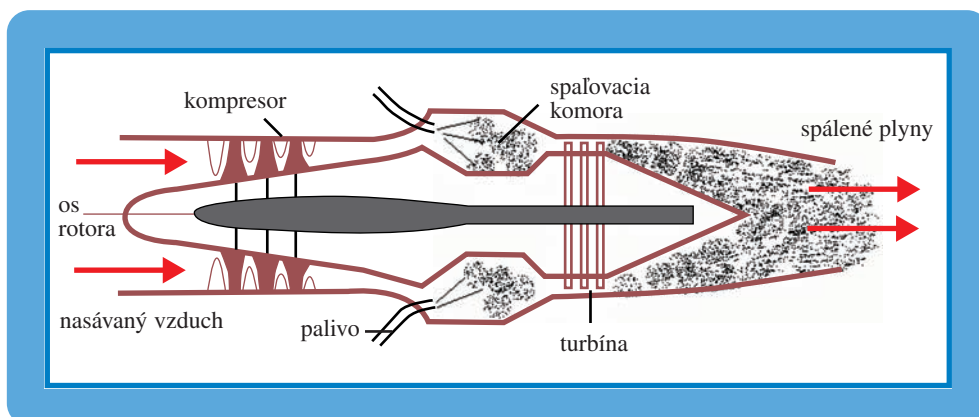
Úloha, ako sa mení hybnosť rakety počas práce motora, nemá jednoduché riešenie. Rakety si spravidla spolu s palivom (napr. vodík) vozia so sebou vo zvlášťnej nádrži aj okysličovadlo – kyslík. Raketový motor nie je závislý od atmosférického kyslíka, a preto môže pracovať aj v medziplanetárnom priestore.

Raketa spaľuje veľké množstvá tohto paliva a jej hmotnosť sa preto rýchle mení. Ak by sme chceli zistiť, ako sa v závislosti od času mení rýchlosť rakety, museli by sme brať do úvahy aj meniacu sa hmotnosť rakety. To však zatiaľ presahuje naše matematické znalosti.

Raketový motor patrí do skupiny reaktívnych motorov. Pomenovanie reaktívnych motorov je odvodené z podstaty fyzikálneho javu (akcia-reakcia): Reaktívny pohon

využíva zákon zachovania hybnosti sústav, v ktorých pôsobia vnútorné sily podľa tretieho Newtonovho pohybového zákona.

Do skupiny reaktívnych pohonov patria aj prúdové motory lietadiel (niekedy sa nazývajú aj tryskové alebo turbínové motory).



Tryska prúdového motora

Rez prúdovým leteckým motorom. Do spaľovacích komôr sa vstrekuje palivo. Pri jeho horení vznikajú plyny, ktoré roztáčajú turbínu. Turbína je na spoločnej osi s kompresorom, ktorý nasáva vzduch a pod tlakom ho vháňa do spaľovacích komôr.

Motor, ktorého rez je na obrázku sa používa v leteckej doprave v atmosfére Zeme. Otvorom v jeho prednej časti sa nasáva vzduch, pod tlakom sa vháňa do spaľovacích komôr a veľkou rýchlosťou uniká otvorom v zadnej časti motora. Činnosť motora mení hybnosť nasávaného vzduchu. Aby sa zachovala hybnosť sústavy zloženej z prúdiaceho vzduchu a z telesa lietadla, na ktorom je pripevnený motor, lietadlo mení svoju hybnosť v smere letu tak, ako sa mení hybnosť plynov, ktoré unikajú z motora opačným smerom.

Úlohy

1. S reaktívnym pohonom sa stretávame aj v prírode. Vyhľadajte na internete informácie o morských živočíchoch – hlavonožcoch a o fyzikálnom jave, ktorý využívajú pri pohybe.
2. Polievali ste niekedy záhradu? Stretli ste sa s reaktívnou silou vznikajúcou pri vytryskovaní vody z ústia hadice? Porozprávajte o tom a vysvetlite čo ste pozorovali.

Hľadajte kľúčové slová
hlavonožce, chobotnica,
kalmar





3. Energia okolo nás

Účinky sily sme doteraz skúmali v rôznych situáciách. Najčastejšie sme sa stretávali so silou ako príčinou zmeny pohybu: *Sila mení rovnomerný pohyb na zrýchlený alebo spomalený. Priamočiary pohyb sa pôsobením sily môže zmeniť na krivočiary pohyb.*

V predchádzajúcich dvoch kapitolách sme ukázali, ako sa mení pohybový stav telesa, ak na teleso pôsobí sila počas dlhšieho, či kratšieho časového intervalu. Pohybový stav telesa sme vyjadrovali pomocou veličiny hybnosť **p**. Súčin sily pôsobiacej na teleso a časového intervalu, v ktorom sila pôsobila, sa nazýva **časový účinok sily**.

V nasledujúcej kapitole budeme skúmať **dráhový účinok sily**, ktorý vyjadrujeme ako súčin sily **F** pôsobiacej na teleso a dráhy **s**, po ktorej sila teleso posúva, $W = Fs$.

Dráhový účinok sily je fyzikálna veličina **W**, ktorú nazývame **fyzikálna práca**.

Fyzikálna práca je skalárna veličina – má len veľkosť. Veľmi úzko súvisí s veličinou, ktorú nazývame **mechanická energia**. Teleso, ktoré má mechanickú energiu, môže ju obvykle odovzdať ako prácu a to tak, že zmení svoj pohyb alebo polohu. Naopak, ak pôsobením sily na teleso konáme prácu, môže sa to prejavíť zmenou **mechanickej energie telesa**.

S veličinou **mechanická energia** sa stretávame nielen pri mechanickom pohybe, ale aj pri javoch súvisiacich s teplom, elektrickým prúdom, vlastnosťami svetla, pohybom molekúl a atómov alebo rôznymi druhmi žiarenia.

V tejto časti fyziky sa budeme zaoberať mechanickou energiou a najmä jej súvisom s fyzikálnou prácou.

Čoraz častejšie zisťujeme, ako veľmi závisíme od energie. Vlastníme veľké množstvo spotrebičov energie – od varičov až po dopravné prostriedky. Snažíme sa jej získať čo najviac. Naša spoločnosť je od energie natoľko závislá, že jej nedostatok by mohol privodiť zánik súčasnej civilizácie.

Na druhej strane – zdroje, ktoré nám umožňujú energiu využívať, elektrárne a teplárne, často ohrozujú prostredie, v ktorom žijeme. Preto šetrenie energiou dnes patrí medzi hlavné problémy ľudstva.

Sila mení pohybový stav telesa

$p = mv$ hybnosť telesa
 $F\Delta t$ časový účinok sily

$F\Delta t = \Delta p$
Časový účinok sily sa rovná zmene hybnosti telesa.

Dráhový účinok sily
= fyzikálna práca

Fyzikálna práca –
mechanická energia

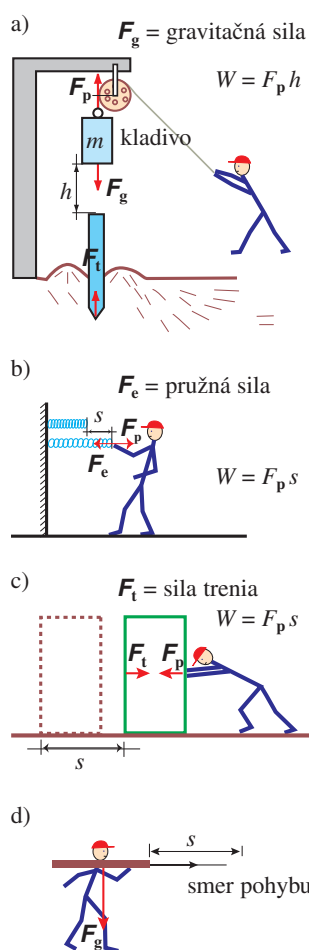
Mechanická energia -
teplo, svetlo a ďalšie
žiarenia, elektrický prúd,
zemný plyn, tok rieky,
vietor, energia atómov.

Energia a životné
prostredie

3.1 Fyzikálna práca

Sila koná fyzikálnu prácu, ak na teleso pôsobí v smere pohybu.

Práca silou vykonaná
Práca silou spotrebovaná



Fyzikálna práca sa koná len na troch z týchto obrázkov.

Prácu označujeme symbolom W (z anglického *work*) a vyjadrujeme vzťahom

$$W = F_p s$$

Jednotkou práce v sústave SI je joule (J):

$$[W] = [F_p] \cdot [s] = \text{N} \cdot \text{m} = \text{J}$$

Pojmom práca sa v bežnom živote spravidla rozumie každá ľudská činnosť, pri ktorej treba vynaložiť námahu. Vo fyzike je práca **veľičina, ktorá sa najčastejšie spája s takým pôsobením sily, pri ktorom sa teleso premiestňuje.**

Aby sme rozlíšili prácu síl pôsobiacich v smere pohybu od práce síl pôsobiacich proti smeru pohybu, zavedieme nasledujúcu definíciu:

Práca silou vykonaná - práca sily pôsobiacej v smere pohybu telesa.

Práca silou „spotrebovaná“ - práca sily pôsobiacej proti smeru pohybu telesa.

Na niekoľkých obrázkoch vľavo sme znázornili príklady rôznych ľudských činností. V troch z nich pôsobíme na telesá silou v smere ich pohybu.

Na obrázku a) sa práca spotrebuje na prekonanie gravitačnej sily F_g . Po uvoľnení sa zdvihnuté baranidlo pohybuje smerom nadol a pri náraze na kôl môže túto prácu vrátiť – posunie kôl smerom nadol do zeme, proti pôsobeniu sily trenia. Na obrázku je príklad zariadenia, ktoré takúto prácu využíva.

Na obrázku b) je pružina napínaná vonkajšou ťahovou silou F_p , ktorá koná prácu proti pôsobeniu pružnej sily F_e , ktorá prácu spotrebuje.

Po uvoľnení napätej pružiny koná prácu pružná sila F_e . (Spomeňte si aspoň na jeden príklad z detstva – detskú pružinovú pušku, ktorá strieľa gumené projektily alebo jednoduchú gumipušku.)

Celkom iný prípad predstavuje obrázok c): Prácu vykonanú vonkajšou silou F_p , ktorou muž posúva nábytok a prekonáva pritom silu trenia F_t , už nie sme schopní vrátiť. Pri trení medzi navzájom sa šmykajúcimi povrchmi – dlážkou a spodnou časťou skrine – sa práca prejaví ako teplo, ktoré sa rozptýli do okolia.

Prácu vo fyzikálnom zmysle nekoná muž na obrázku d). Gravitačná sila F_g pôsobí kolmo na smer pohybu a pri premiestnení bremena prácu nevykoná ani nespotrebuje.

Znázornili sme niekoľko príkladov ľudských činností. Len v troch z nich pôsobíme silou F_p v smere pohybu tak, aby sme vykonali prácu.

Práca je fyzikálna veličina, ktorú môžeme vyjadriť ako súčin sily pôsobiacej na teleso v smere pohybu a dráhy, po ktorej sa teleso premiestni.

$$\text{práca} = \text{sila pôsobiaca v smere pohybu} \times \text{dráha}$$

Prácu 1 J vykonáme, ak teleso posunieme po dráhe 1 m pôsobením sily 1 N.

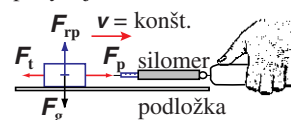
Rozpamätajte sa, že v článku 2.17 ste sa pri skúmaní trenia stretli s javmi, pri ktorých pôsobila na teleso konštantná sila, aby sa rovnomerne pohybovalo – šmýkalo – na vodorovnej podložke.

Skúste si ich zopakovať a určte prácu, ktorú ste vykonali pri udržiavaní telesa v rovnomernom pohybe na vodorovnej podložke.

Uvážte, prečo pri rovnomernom pohybe kvádra musia mať sily F_p , F_t rovnaké veľkosti a ako to súvisí s Newtonovými pohybovými zákonmi.

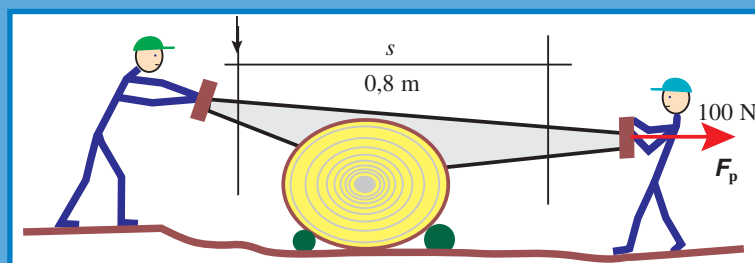
Mali by sme si povšimnúť, že vo vzťahu pre prácu, $W = F_p s$, vystupuje len veľkosť vektorovej veličiny F_p . Napriek vektorovej povahe sily budeme vo vzťahoch vyjadrujúcich prácu uvádzať len jej veľkosť F_p . Práca je skalárna veličina – je určená jediným údajom – svojou veľkosťou.

dynamické trenie hranol sa pohybuje rovnomerne



Úlohy

1. Vypočítajte prácu potrebnú na posunutie naplnenej skrine s hmotnosťou 120 kg po dráhe 2,0 m. Koeficient dynamického šmykového trenia má približnú hodnotu 0,25. [0,47 kJ]
2. Urobte odhad práce, ktorú ste vykonali pri premiestnení niektorého kusu nábytku vo vašom vlastnom byte. Ak neviete nájsť koeficient šmykového trenia v matematicko-fyzikálnych tabuľkách, odmerajte jeho hodnotu (pozri návod na meranie v článku 2.17).



3. Dvaja chatári potrebujú prepíliť kmeň stromu. Každý z nich potiahne 10-krát za minútu pílu smerom k sebe silou F_p . Strom sa im podarilo prepíliť za jednu hodinu. Vypočítajte celkovú mechanickú prácu potrebnú na prepílenie.

3.2 Práca zobrazená plochou

Silu, ktorá koná prácu znázorňujeme grafom závislosti sily od dráhy, po ktorej sila pôsobí.

a)
Ak sa sila F_p , pôsobiaca na teleso pri jeho posúvaní nemení, vypočítame prácu, ktorú vykonala ako súčin strán F , h obdĺžnika.

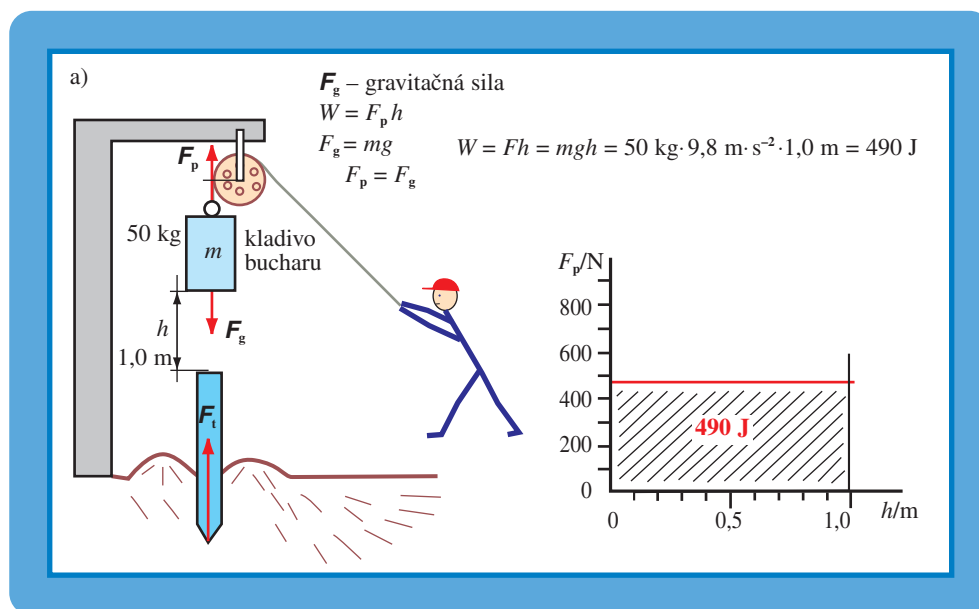
Práca, ktorú sila vykonala, sa zobrazí pod čiarou grafu ako plocha obdĺžnika so stranami

$$\begin{aligned} F &= mg, \quad h = 1 \text{ m} \\ F &= 50 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = \\ &= 490 \text{ N} \\ W &= Fh = 490 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} = \\ &= 490 \text{ J} \end{aligned}$$

Na nasledujúcich obrázkoch sú tri činnosti, ktorými sme sa zaoberali v predchádzajúcom článku. Pri každej z nich sme vypočítali prácu vykonanú vonkajšou silou, a to a) pri dvíhaní kladiva baranidla, b) pri napínaní pružiny, c) pri posúvaní ťažkej skrine.

Na niekoľkých príkladoch ukážeme, ako sa práca znázorňuje pomocou grafu, ktorým vyjadrujeme závislosť sily konajúcej prácu od dráhy, na ktorej sila pôsobí.

Pri každom zdvihu pôsobí muž na kladivo baranidla smerom nahor konštantnou silou F na dráhe 1 m.



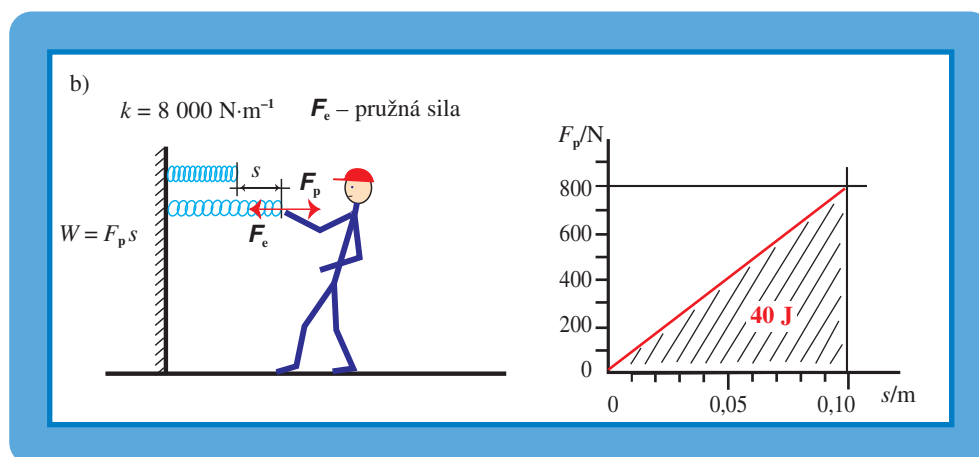
b)
Pružná sila F_e rastie priamo úmerne s predĺžením pružiny s .

Práca zobrazená plochou uzavretou pod čiarou grafu sa určí ako **polovica obsahu plochy obdĺžnika**, ktorého jedna strana je maximálna veľkosť sily F_p a druhá sa rovná dĺžke s celkového predĺženia pružiny:

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} F_p s = \\ &= \frac{1}{2} \cdot 800 \text{ N} \cdot 0,1 \text{ m} = 40 \text{ J} \end{aligned}$$

Veľkosť pružnej sily $F_e = ks$ rastie priamo úmerne s predĺžením pružiny s . Rovnako musí rásť aj vonkajšia sila $F_p = F_e$, ktorou pružinu napínáme:

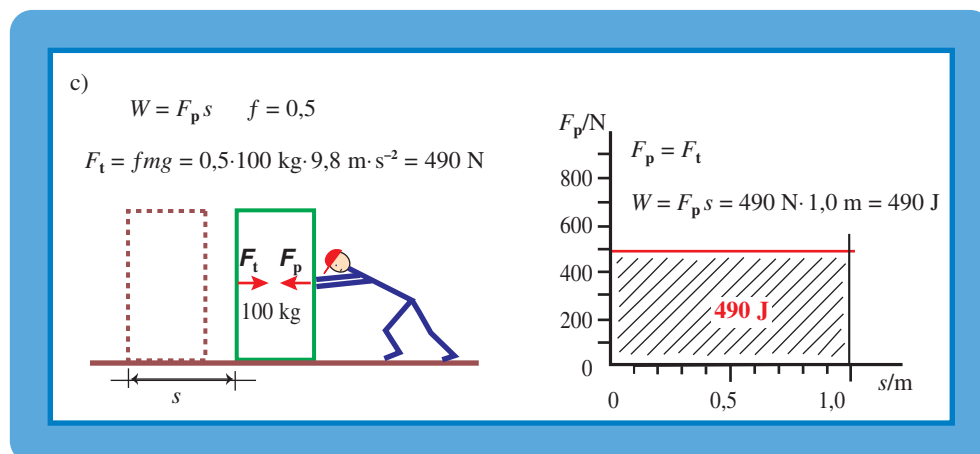
$$F_p = ks$$



Poznámka

Viac o meraní plochy zobrazujúcej prácu sa môžete dozvedieť na konci tohto článku.

Pri posúvaní skrine spotrebuje prácu W sila trenia F_t , ktorá pôsobí proti smeru pohybu. Muž na obrázku pôsobí rovnako veľkou silou $F_p = F_t$ v smere pohybu po dráhe dĺžky s .



Na všetkých troch obrázkoch sme pôsobenie sily pozdĺž dráhy znázornili grafom závislosti sily od posunutia. Na obrázkoch a) a c) zobrazenie konštantnej sily (490 N) a konečného posunutia (1 m) predstavuje obdĺžnik. Plocha obdĺžnika, ktorú určíme ako súčin veľkostí jeho strán vyjadrených v jednotkách zobrazených veličín zodpovedá práci (sila $\times$ dráha = práca).

Zobrazenie práce ako plochy uzavretej pod grafom závislosti sily od dráhy je výhodné najmä vtedy, ak sa pozdĺž dráhy mení veľkosť pôsobiacej sily, tak ako to je pri napínaní pružiny na obrázku b).

Poznámka

Strany obdĺžnika, ktorého plocha zodpovedá práci, nemeríme v jednotkách dĺžky ale v jednotkách veličín, ktoré zobrazujeme na osiach. Preto obsah plochy obdĺžnika nevychádza v jednotkách plošného obsahu (m^2), ale v jednotkách newton-meter = $\text{N} \cdot \text{m} = \text{J}$.

Tento poznatok o práci platí celkom všeobecne a môžeme ho použiť aj v iných prípadoch, keď sa nám podarí zobraziť graf závislosti sily, ktorá koná prácu od dráhy, po ktorej sila pôsobí.

Úlohy

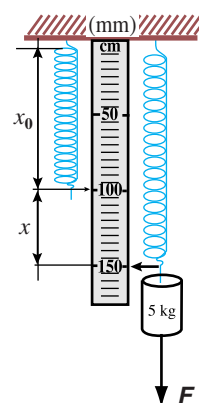
1. Na obrázku je pružina, ktorá sa používa pri cvičení. Počas piatich minút cvičenia ju napneme stokrát tak, ako naznačuje obrázok. Akú prácu vykonáme?
2. Možno nájdete medzi starými hračkami z detstva detskú pušku alebo pištoľ s pružinovým mechanizmom. Vymyslite spôsob ako odmerať tuhosť pružiny a potom prácu, ktorú potrebujeme na prípravu pušky na výstrel.
3. Uvážte, ako sa mení mechanická energia pri nabíjaní vzduchovej pušky alebo pištole. Majú aj plyny pružné vlastnosti? Predtým ako odpoviete urobte experiment: Uzavrite prstom otvor injekčnej striekačky (bez ihly) a potom tlačte na piest.
4. Prácu konáme aj vtedy, keď teleso dvíhame – pôsobíme silou proti smeru pôsobenia tiažovej sily. Vypočítajte akú prácu vykoná elektromotor výtahu, keď vás dopraví na piate poschodie. (Samozrejme, že vykoná oveľa väčšiu celkovú prácu – musí spolu s nami dvíhať aj celú kabínu. Pokúste sa aj o odhad hmotnosti kabíny a opakujte výpočet pre prázdny výtah.)

c) Práca vykonaná silou F_p sa zobrazí ako plocha obdĺžnika so stranami

$$F_p = 490 \text{ N}, \quad s = 1 \text{ m}$$

$$W = F_p s = 490 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} = 490 \text{ J}$$

Práca sa zobrazuje ako plocha uzavretá pod čiarou grafu závislosti sily od posunutia.

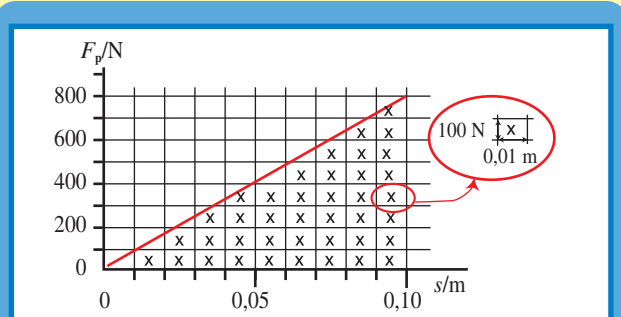


Preštudujte si

Zobrazenie práce plochou pod čiarou grafu závislosti sily od posunutia

Na obrázkoch a) a d) sme zobrazili závislosť sily, ktorá koná prácu od dráhy, na ktorej pôsobí. Sila je v oboch prípadoch konštantná. Preto plochy zobrazujúce prácu, uzavreté pod čiarou grafu na obrázkoch a) a c), vypočítame jednoduchým vynásobením strán obdĺžnikov.

O niečo komplikovanejšie je to na obrázku b), kde sa sila pozdĺž dráhy mení (rastie s predĺžením pružiny). Ani tu nie je problém výpočet obsahu plochy zobrazujúcej prácu – určíme ju ako polovicu plochy zobrazeného obdĺžnika.



Na obrázku vľavo je všeobecnejší návod, ktorý môžeme využiť aj vtedy, keď sa sila v závislosti od dráhy mení komplikovanejším spôsobom.

Obdĺžniky pod čiarou grafu vyznačené krížikmi majú strany zobrazujúce silu 100 N a dráhu 0,01 m. Každý obdĺžnik zobrazuje preto prácu

$$W_0 = 100 \text{ N} \cdot 0,01 \text{ m} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ J}$$

Ak chceme určiť celkovú prácu zobrazenú plochou pod čiarou grafu, spočítame plochy obdĺžnikov, ktoré sa nachádzajú pod grafom závislosti $F = F(s)$. Ide o viac ako polovicu plochy (40 obdĺžnikov označených krížikom).

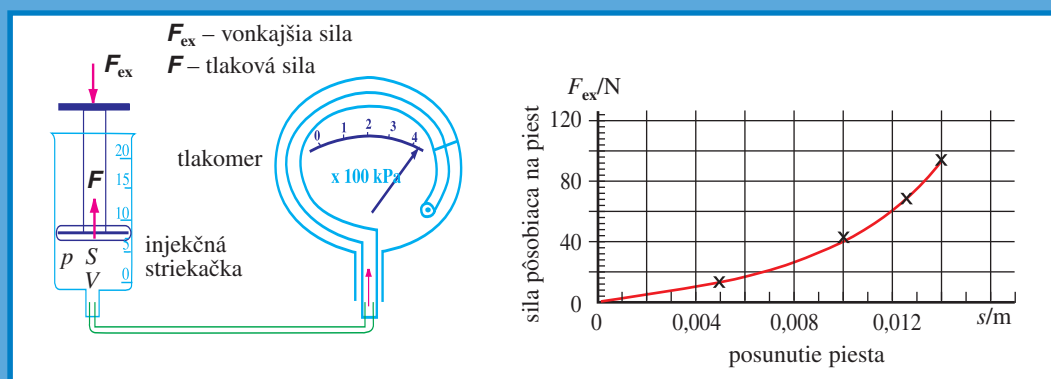
Zvyšné obdĺžniky pod čiarou grafu zanedbávame. Celkovú prácu zobrazenú plochou uzavretou pod čiarou grafu môžeme určiť ako súčet prác zobrazených jednotlivými obdĺžnikmi

$$W = 40 W_0 = 40 \cdot 1 \text{ J} = 40 \text{ J}$$

Úloha

Na nasledujúcich obrázkoch je experiment a jeho výsledok. Merali sme tlak plynu v závislosti od jeho objemu. Odmerané veličiny sme použili na znázornenie závislosti sily F_{ex} pôsobiacej na piest od posunutia s piesta.

Určte prácu, ktorú sme vykonali pri posunutí piesta po dráhe s v intervale (0, 14 mm).



3.3 Práca sily, ktorá nepôsobí v smere pohybu

V príkladoch v predchádzajúcom článku, konala prácu sila pôsobiaca na teleso pohybujúce sa po priamke, po ktorej sme teleso posúvali. Často však pôsobíme na pohybujúce sa teleso silou, ktorá má iný smer ako samotný pohyb. Vtedy zrejme koná prácu len tá zložka sily, ktorá má rovnaký smer ako pohyb.

Príklad takéhoto silového pôsobenia vidíme na obrázku vpravo. Skúsenosť nás vedie k tomu, aby sme na teleso pôsobili v smere jeho pohybu. Uvedomujeme si, že ak by sme pôsobili kolmo na smer pohybu telesa, neovplyvnili by sme jeho pohyb. Skúsme postupne analyzovať akú prácu vykonáme pri rôznych uhloch, ktoré bude zvierat pôsobiaca sila so smerom pohybu.

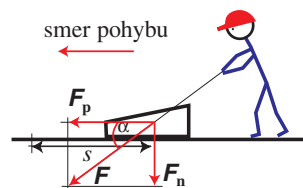
Chlapec „leští“ klzisko pomocou dômyselného zariadenia (drevená debnička s plátenným dnom, ktoré navlhčujeme vodou). Ide o zjednodušenú napodobnenu priemyslového samohybného zariadenia (poznáme ho pod menom „rolba“) používaného počas prestávok na úpravu ľadových plôch hokejových štadiónov.

Chceme určiť prácu, ktorú chlapec vykoná na dráhe s . Preto musíme silu F , ktorou na svoju „rolbu“ pôsobí, rozložiť na dve zložky do tých smerov, v ktorých sa môže prejaviť.

V smere pohybu je to zložka $F_p = -F \cos \alpha$, ktorá pri rovnomernom pohybe má opačný smer a rovnakú veľkosť ako trecia sila.

V smere kolmom na smer pohybu je to zložka F_n , o ktorej už vieme, že od nej závisí veľkosť trecej sily.

Prácu koná len tá sila, ktorá pôsobí v smere pohybu.



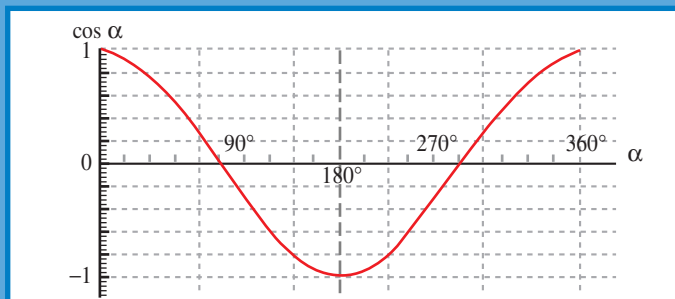
Prácu koná len tá zložka sily F , ktorej smer je zhodný so smerom pohybu (sila F_p).

Veľkosť sily F_p určíme pomocou funkcie $\cos \alpha$ z pravouhlého trojuholníka so stranami, ktorých dĺžky sú F , F_n , F_p .

$$F_p = F \cos \alpha$$

(Viac o goniometrických funkciách je v študijnom texte na konci tohto článku).

Priebeh funkcie $\cos \alpha$ v závislosti od uhla α



V nasledujúcich odsekoch uvádzame podrobnejšiu úvahu o vzťahu medzi uhlom α a prácou vykonanou silou, ktorá pôsobí na pohybujúce sa teleso pod rôznymi uhlami.

1. Sila F pôsobí v smere pohybu telesa.

$$W = F_p s = F s \cos 0 = F s$$

$$\alpha = 0, \cos \alpha = 1$$

2. Sila F pôsobí pod uhlom α z intervalu $0 < \alpha < 90^\circ$.

Ak uhol α narastá v intervale $(0, 90^\circ)$, práca vykonaná silou F sa znižuje. Pri výpočte práce vychádza pri výsledku kladné znamienko (+).

$$W = F_p s = F s \cos \alpha \quad W > 0$$

Zvykneme hovoriť:

Sila koná prácu ak pôsobí na pohybujúce sa teleso v smere jeho pohybu.

Všimnime si ako sa menia zložky sily $\mathbf{F}$, ak sa mení uhol α .

$$0 < \alpha < 90^\circ,$$

$$1 > \cos \alpha > 0$$

Pre uhly v intervale $(0, 90^\circ)$ sa znižuje hodnota funkcie $\cos \alpha$.

$$W = F_p s = F s \cos \alpha$$

$$\alpha = 0, \cos \alpha = 1,$$

$$\mathbf{F}_p = \mathbf{F}$$

$$W = F_p s = F s \cos 0 = F s$$

$$\alpha = 90^\circ, \cos \alpha = 0$$

$$W = F_p s = F s \cos 90^\circ$$

$$W = F s \cdot 0 = 0$$

$$90^\circ < \alpha < 180^\circ,$$

$$\cos \alpha < 0.$$

$$W = F_p s = F s \cos \alpha$$

$$W < 0$$

$$\alpha = 180^\circ, \cos \alpha = -1$$

$$\mathbf{F}_p = -\mathbf{F}$$

$$W = F_p s = F s \cos 180^\circ$$

$$W = -F s$$

V pravouhlom trojuholníku so stranami F , F_n , F_p je sila $\mathbf{F}_n$ odvesnou protihľadou k uhlu α . Vypočítame ju zo vzťahu

$$F_n = F \sin \alpha$$

1. Uhol α sa **zväčšuje** – znižuje sa zložka sily $\mathbf{F}_p$, ktorá koná prácu a zväčšuje sa zložka $\mathbf{F}_n$, ktorá ovplyvňuje veľkosť sily dynamického šmykového trenia. Prácu koná sila $\mathbf{F}_p$ (kolmý priemet sily $\mathbf{F}$ do smeru pohybu).

Pre prácu vychádza hodnota s kladným znamienkom.

Prácu koná sila alebo jej zložka, ktorá na teleso pôsobí v smere jeho pohybu.

2. Sila $\mathbf{F}$ pôsobí na teleso v smere pohybu a preto koná prácu.

3. Sila $\mathbf{F}$ je kolmá na smer pohybu (pôsobí pod uhlom $\alpha = 90^\circ$)

Sila, ktorá na teleso pôsobí kolmo na smer pohybu, prácu nekoná.

4. Sila $\mathbf{F}_p$, ktorá má prácu konať, je orientovaná proti smeru pohybu. Pre uhly z intervalu $(90^\circ, 180^\circ)$ je hodnota funkcie kosínus záporná. Pre prácu vychádza hodnota so záporným znamienkom. Znamienko $(-)$ pri výsledku výpočtu práce neznamená, že sa vykonala záporná práca, ale že sila $\mathbf{F}_p$ prácu spotrebuje.

Sila $\mathbf{F}_p$ pôsobiaca proti smeru pohybu prácu spotrebuje.

5. Sila $\mathbf{F}$ pôsobí proti smeru pohybu a preto prácu spotrebuje.

Sila $\mathbf{F}_p$ je kolmý priemet sily $\mathbf{F}$ do smeru, v ktorom sa teleso pohybuje. Má veľkosť $F_p = F \cos \alpha$. V smere kolmom na smer pohybu pôsobí sila $\mathbf{F}_n$, druhá zo zložiek sily $\mathbf{F}$. Táto zložka sily $\mathbf{F}$ má veľkosť $F_n = F \sin \alpha$ (pozri prílohu na konci článku). Podľa našich predchádzajúcich úvah (bod 3), sila kolmá na smer pohybu prácu nekoná, ale pohyb telesa predsa ovplyvní – pritláča pohybujúce sa teleso k podložke, a tak zväčšuje trenie.

Úlohou, ktorú táto sila má pri šmykovom trení, sme sa zaoberali v článku 2.8.

Poznámka

Treba si uvedomiť, že zložka $\mathbf{F}_n$ vyznačená na predchádzajúcom obrázku nie je jediná sila, ktorou teleso pôsobí na vodorovnú podložku, po ktorej sa šmýka. Teleso má určitú hmotnosť m preto na podložku pôsobí okrem sily $\mathbf{F}_n$ aj gravitačná sila $\mathbf{F}_g = m\mathbf{g}$. Silu dynamického šmykového trenia by sme v úlohe s chlapcom, ktorý „leští“ klzisko vypočítali podľa vzťahu

$$F_t = fmg + fF_n = f(mg + F \sin \alpha)$$

Záver: Ak pôsobíme na pohybujúce sa teleso silou, chceme z nej čo najviac využiť na konanie práce a čo najmenej na premáhanie sily trenia. Preto sa snažíme, aby uhol medzi silou, ktorou pôsobíme na teleso a smerom pohybu telesa bol čo najmenší.

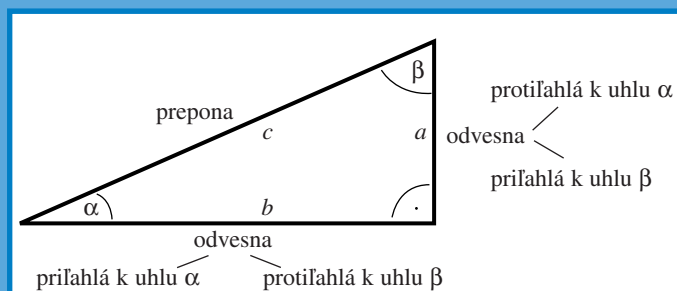
Úlohy

1. Chlapec na obrázku pôsobí na rukoväť svojho leštiaceho nástroja silou 30 N pod uhlom 45° . Vypočítajte prácu, ktorú vykoná ak na ploche klziska prejde dráhu 100 m. (Hodnotu funkcie $\cos 45^\circ$ nájdeme na kalkulačke keď zadáme hodnotu 45 a nastavíme voľbu stupne.)

2. Chlapcova činnosť znázornená na obrázku sa veľmi podobá na inú, v domácnosti bežnú ľudskú aktivitu. Pokúste sa odhadnúť veľkosť sily, ktorou pôsobíte na hlavicu vysávača. Určte prácu, ktorú vykonáte pri vysávaní prachu vo vašej izbe.

Preštudujte si

Goniometrické funkcie v pravouhlom trojuholníku



Definície goniometrických funkcií

$\sin \alpha = \frac{a}{c}$	$\sin \beta = \frac{b}{c}$
$\cos \alpha = \frac{b}{c}$	$\cos \beta = \frac{a}{c}$
$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$	$\operatorname{tg} \beta = \frac{b}{a}$
$\operatorname{cotg} \alpha = \frac{b}{a}$	$\operatorname{cotg} \beta = \frac{a}{b}$

Funkcia sínus (sin) uhla je pomer protiľahlej odvesny k prepone.

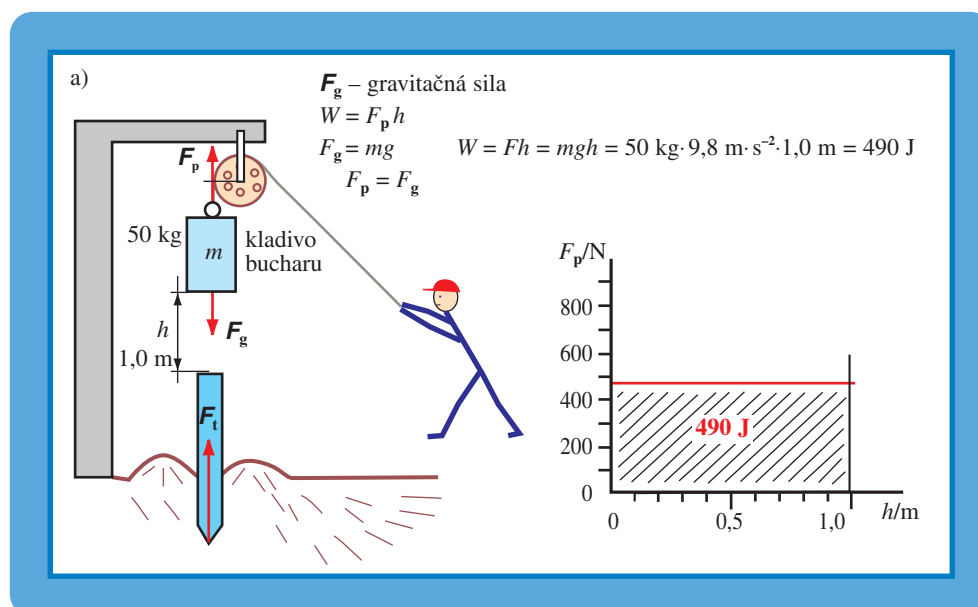
Funkcia kosínus (cos) uhla je pomer priľahlej odvesny k prepone.

Funkcia tangens (tg) uhla je pomer protiľahlej odvesny k priľahlej odvesne.

Funkcia kotangens (cotg) uhla je pomer priľahlej odvesny k protiľahlej odvesne.

3.4 Potenciálna energia

V článkoch 3.1 a 3.2 sme sa zaoberali mechanickou prácou, ktorá sa koná pri dvíhaní telies, napínaní pružiny alebo pri posúvaní telesa po vodorovnej podložke.



Práca, ktorú gravitačná sila F_g pri dvíhaní závažia spotrebuje, sa postupne mení na potenciálnu energiu telesa. Po uvoľnení závažia môže závažie túto prácu vykonať po dopade na kôl.

Potenciálna (polohová) energia E_p sa rovná práci, ktorú gravitačná sila F_g spotrebovala (ktorú vonkajšia sila F_p vykonala) pri dvíhaní závažia.

Závažie po uvoľnení padá, narazí na kôl a vykoná prácu pri jeho zatĺkaní do zeme.

Napätá pružina sa po uvoľnení vracia do pôvodného tvaru a pružná sila pritom môže konať prácu.

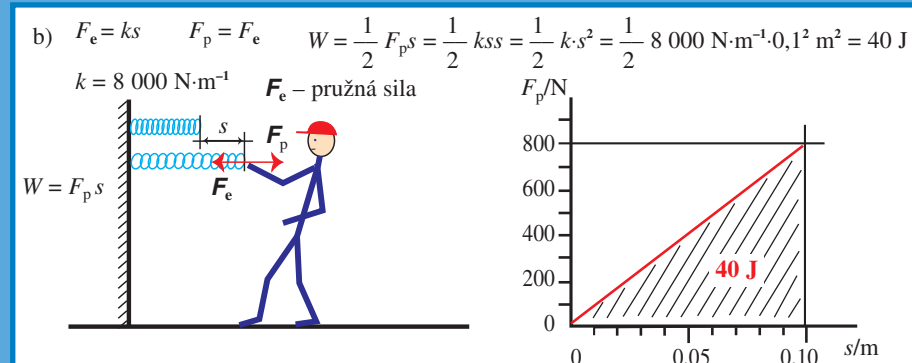
Práca spotrebovaná gravitačnou silou $F_g = mg$ sa pri dvíhaní závažia zmenila na „stav“ telesa, ktorý nazývame **gravitačná potenciálna energia telesa** a označujeme E_p .

Gravitačnú potenciálnu energiu môžeme vyjadriť vzťahom

$$W = F_p h = mgh = E_p$$

Práca, ktorú pružná sila F_e pri napínaní pružiny spotrebuje, sa postupne mení na potenciálnu energiu pružiny. Keď sa pružina bude vracaf do pôvodného tvaru, môže sila F_e túto prácu vykonať.

Potenciálna energia pružiny E_e sa rovná práci, ktorú pružná sila $F_e = ks$ spotrebovala (ktorú vonkajšia sila F_p vykonala) pri napínaní pružiny.



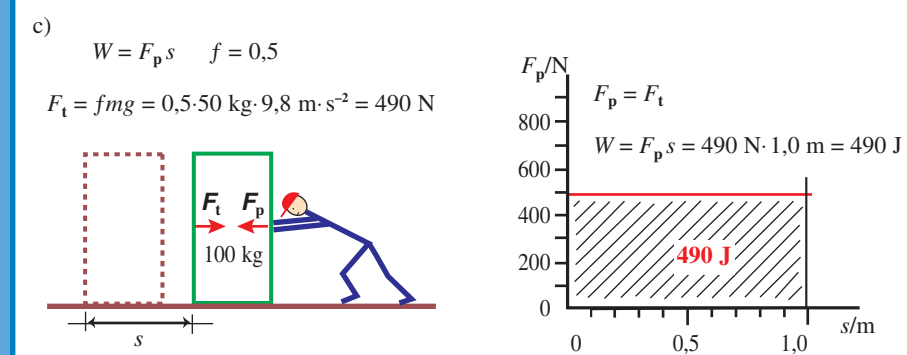
Práca spotrebovaná pružnou silou $F_e = ks$ sa pri napínaní pružiny zmenila na stav pružiny, ktorý nazývame **potenciálna energia pružiny** a označujeme E_e .

Potenciálnu energiu pružiny môžeme vyjadriť vzťahom

$$W = \frac{1}{2} F_e s = \frac{1}{2} kss = \frac{1}{2} ks^2 = E_e$$

Práca, ktorú sila F_t šmykového trenia pri posúvaní telesa po podložke spotrebuje, sa postupne mení na teplo. Časť práce sa spotrebuje na mechanické opotrebenie trecích povrchov.

Sila F_t šmykového trenia nemôže spotrebovanú prácu premeniť na potenciálnu energiu.



Pri posúvaní telesa po vodorovnej podložke nemôže vzniknúť potenciálna energia – práca sa mení na nemechanické formy energie, napr. na teplo. Mechanická práca, ktorá sa spotrebuje na prekonanie trenia sa nenávratne mení na iné formy energie.

Potenciálna energia sa vyjadruje

- ako práca, ktorú sila spotrebovala,
- alebo ako práca, ktorú táto sila môže opäť vykonať.

Preto aj jednotka potenciálnej energie je rovnaká ako jednotka práce – joule (J).

Poznámka

Mali by sme si všimnúť, že potenciálna energia nepatrí len jednému izolovanému telesu ale spravidla **sústave** zloženej z dvoch telies. Tak napr. polohová energia telesa v tiažovom poli patrí sústave zloženej zo Zeme a z telesa, na ktoré Zem pôsobí gravitačnou silou. Potenciálna energia napätej pružiny patrí sústave zloženej z pružiny a z ruky, ktorá ju napína.

Vo všeobecnosti platí, že „sústavy sa snažia“ zaujať stav s najmenšou potenciálnou energiou – v dôsledku toho, napr. telesá padajú a napäté alebo stlačené pružiny sa vracajú do svojho pôvodného tvaru.

Úlohy

1. Ako sa mení vaša potenciálna energia v desaťposchodovom dome pri ceste výťahom smerom nahor? Odhadnite výšku poschodia. Vypočítajte, aká je vaša potenciálna energia voči prízemiu, ak sa nachádzate na druhom, štvrtom, šiestom a ôsmom poschodí.
2. Zostrojte graf závislosti potenciálnej (polohovej) energie od výšky h meranej od vchodu smerom nahor.

3.5 Práca v gravitačnom poli Zeme

Gravitačné pole Zeme sa prejavuje pôsobením gravitačných síl na telesá v okolí Zeme. Gravitačnou silou priťahuje Zem k sebe telesá v dôsledku gravitácie – javu, ktorý súvisí s hmotnosťou Zeme a telesa, na ktoré Zem pôsobí. Na telesá v okolí Zeme pôsobia okrem gravitačnej sily aj ďalšie sily, napr. **odstredivá sila**, vznikajúca pri jej otáčaní. Pre výslednicu všetkých týchto síl, vrátane gravitačnej sily, používame názov **tiažová sila**.

Veľkosť gravitačnej sily pôsobiacej na teleso závisí okrem jeho hmotnosti aj od jeho vzdialenosti od stredu Zeme. V praxi to znamená, že gravitačná sila sa mení s nadmorskou výškou. V blízkom okolí povrchu Zeme (máme na mysli vzdialenosti niekoľkých kilometrov od povrchu Zeme) môžeme považovať tieto sily za nezávislé od nadmorskej výšky.

Pri riešení nasledujúcej úlohy by sme sa mali oboznámiť s jednou z dôležitých vlastností gravitačného poľa. Pokúsime sa ju „objaviť“ pri riešení úlohy. Najprv opíšeme jav, ktorý často pozorujeme všade tam, kde sa nakladajú alebo presúvajú ťažké bremená. Obvykle ich dvíhame zvisle nahor alebo ich posúvame po naklonej rovine.

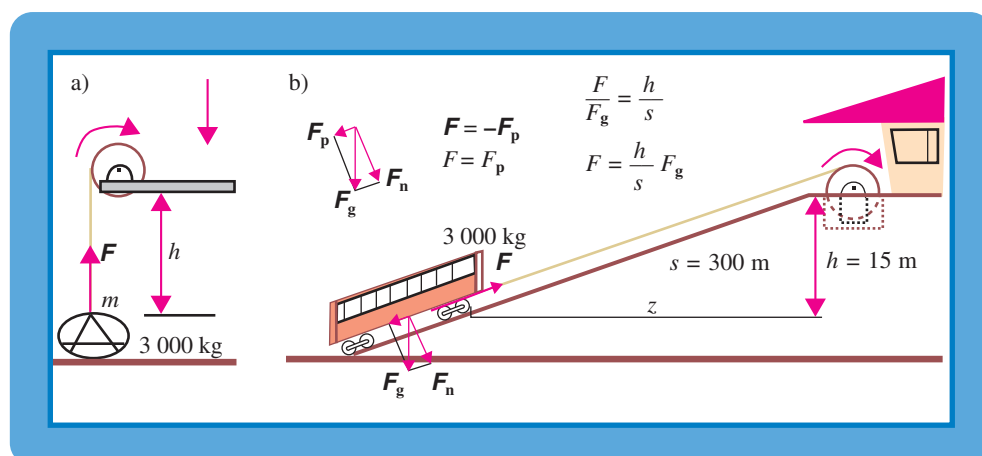
Sústava telies

Potenciálna energia sústavy telies

Gravitácia Gravitačná sila Tiažová sila



Kedy je potrebné vykonať väčšiu prácu?



Úlohová situácia

Vľavo je znázornená schéma portálového žeriavu (pozri aj fotografiu) a vpravo od nej krátky úsek pozemnej lanovky.

V oboch situáciách máme bremená s rovnakou hmotnosťou m dopraviť do rovnakej výšky h .

Problém

Vykonáme pri doprave telesa na naklonenej rovine, teda po dlhšej dráhe aj väčšiu prácu, alebo vykonáme na naklonenej rovine menšiu prácu, pretože pôsobíme menšou silou?

Hypotéza**Riešenie**

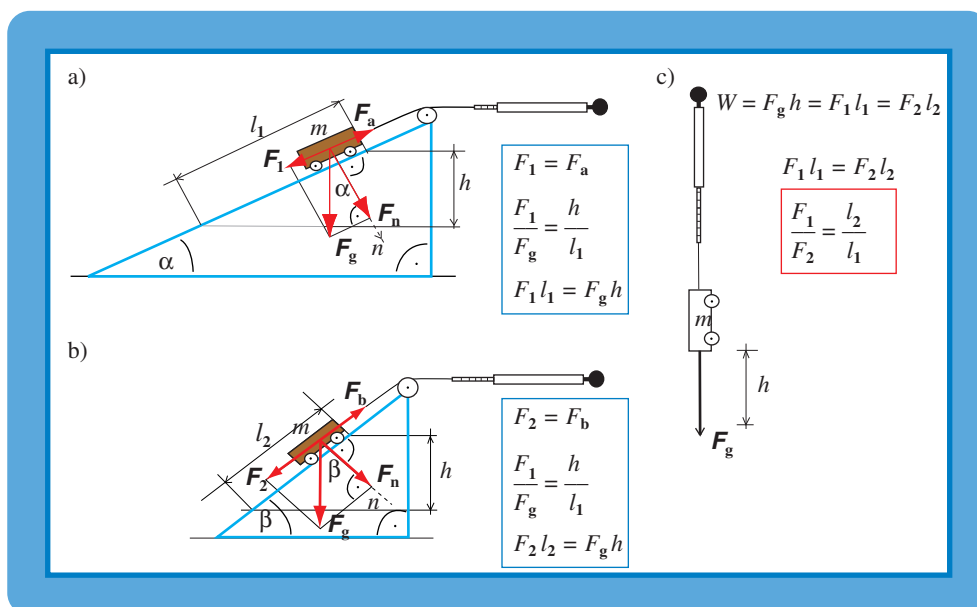
Máme skúsenosť, že na naklonenej rovine treba na dopravované teleso pôsobiť menšou silou. Vieme tiež, že pri menšom uhle medzi vodorovnou a naklonenou rovinou je aj sila potrebná na dopravu telesa menšia. Nevýhodou tohto spôsobu dopravy telesa je predĺženie dráhy – dĺžka l naklonenej roviny je vždy väčšia ako jej výška h .

Fyzikálne riešenie problému hľadajte najprv na predchádzajúcom obrázku. Preskúmajte ho a vysvetlite ako sme prišli k hypotéze riešenia:

Koľkokrát dlhšia je dráha s na naklonenej rovine, toľkokrát menšou silou F_p treba pôsobiť na teleso pri jeho posúvaní.

Experimentálny postup, ktorým by sme mohli hypotézu overiť, je na nasledujúcom obrázku.

Pripravte si silomer, model naklonenej roviny a vozík s veľmi malým trením v ložiskách.



Na obrázku sú znázornené tri spôsoby ako dopraviť teleso do výšky h . Prvé dva, na obrázkoch a) a b), znázorňujú dopravu po naklonenej rovine s dvoma rôznymi sklonmi. Tretí, na obrázku c), predstavuje dopravu zvisle nahor.

Ak bola naša hypotéza správna, mali by sme sa dostať k záveru:

Na teleso po naklonenej rovine treba pôsobiť toľkokrát menšou silou, koľkokrát je dlhšia dráha, po ktorej ho dopravujeme.

Pri dvíhaní telesa do výšky h vykonáme pri pohybe zvisle nahor rovnakú prácu ako na naklonenej rovine s dĺžkou l .

Matematické vyjadrenie tohto výroku je v červenom rámečku na predchádzajúcom obrázku. Ak ale tento výrok platí, tak má súčin posunutia telesa a sily stále hodnotu. Pre prácu sily F na naklonenej rovine s dĺžkou l alebo pre prácu gravitačnej sily F_g pri zdvihnutí telesa do výšky h platí $W = Fl = F_g h$.

Na práci v gravitačnom poli sa zrejme ušetriť nedá. Ak si zvolíme na zdvíhanie telesa do výšky h akúkoľvek cestu, vždy vykonáme pri doprave telesa rovnakú prácu $W = F_g h$. To je dôsledok jednej z dôležitých fyzikálnych vlastností gravitačného poľa. Uvážte, či z výsledkov nášho experimentu vyplývajú aj ďalšie závery:

- Gravitačná sila pri premiestnení telesa koná, či spotrebuje prácu, ktorá nezávisí od tvaru dráhy, po ktorej sme teleso premiestnili.**
- Práca vykonaná v gravitačnom poli nezávisí od dráhy, ale len od prevýšenia začiatočného a koncového bodu dráhy, ktoré meriame vo zvislom smere.**

Poznámky

- Nezávislosť práce od dráhy hmotného bodu premiestňovaného v gravitačnom poli sa nevzťahuje na sily trenia. Sily trenia vždy spotrebujú prácu v závislosti od dráhy, na ktorej pôsobia a nenávratne ju zmenia na teplo.
- Vodorovnú hladinu (rovinu), vzhľadom na ktorú určujeme potenciálnu energiu telesa **nazývame hladina s nulovou potenciálnou energiou**. V každej úlohe si ju môžeme zvoliť ľubovoľne, ale **vždy musíme vysvetliť, ktorú vodorovnú rovinu sme si zvolili za hladinu s nulovou potenciálnou energiou**.

Úlohy

- Akú prácu vykonáme pri posúvaní telesa po vodorovnej rovine?
- Nachádzate sa na desiatom poschodí. Aká je vaša potenciálna (polohová) energia voči prízemiu, voči druhému, štvrtému a nakoniec ôsmemu poschodiu?
- Vypočítajte gravitačnú potenciálnu energiu svojej učebnice dejepisu.
- Vysvetlite, čo v zadaní úlohy chýba a upravte si jej text tak, aby bola riešiteľná.
- Vypočítajte energiu, ktorú musíme dodať učebnici dejepisu na to, aby sme ju zdvihli o 32 cm. (V tejto úlohe už nemusíme počítat hodnotu gravitačnej potenciálnej energie v začiatočnej a konečnej polohe. Postačuje vypočítat rozdiel týchto energií, a preto nemusíme určovať hladinu s nulovou potenciálnou energiou.
- Pokúste sa o fyzikálne odôvodnenie výroku: Celková práca, ktorú v gravitačnom poli vykonáme pri posúvaní telesa po uzavretej dráhe, sa rovná nule.
- Pripomíname: Pri dvíhaní telesa smerom nahor, pôsobíme vonkajšou silou proti smeru gravitačnej sily – gravitačná sila prácu spotrebuje. Pri pohybe telesa smerom nadol, gravitačná sila prácu koná.
- Vyhľadajte čo najviac príkladov ľudských činností, pri ktorých využívame vlastnosti naklonenej roviny.
- K rozhľadni na pražskom vrchu Petřín vedie pozemná lanovka. Pôvodne, na konci 19. st., nemala v strojovni motor, ktorý by ju udržiaval v chode. Namiesto toho jej dva vozne mali veľké vodné nádrže. Ich náplň bolo možné podľa potreby napúšťať a vypúšťať v hornej alebo dolnej stanici. Vysvetlite, na akom fyzikálnom princípe sa zakladal pohon lanovky.



3.6 Kinetická energia telesa

V predchádzajúcich častiach sme uvažovali o dejoch, pri ktorých sa pôsobením sily teleso premiestňovalo – posúvalo sa po priamke rovnomerným pohybom, bez otáčania. Častejšie však pozorujeme pohyby, ktorých rýchlosť sa mení. Príčinou zrýchľovania alebo spomaľovania pohybu telesa je vždy sila, ktorá na teleso pôsobí po určitej dráhe. Preto zmena rýchlosti telesa je vždy spojená s prácou, ktorú koná vonkajšia sila.

Skúšali ste niekedy roztláčať bicyklistu alebo pribrzdiť jeho pohyb?

Mechanická energia, ktorá súvisí s rýchlosťou telesa, sa nazýva **kinetická (pohybová) energia** a označuje sa E_k .

Ak sa teleso, napr. bicykel, pohybuje po vodorovnej rovine, jeho potenciálna energia v gravitačnom poli Zeme sa nemení. Pôsobením sily po určitej dráhe v smere pohybu alebo proti nemu konáme prácu. Práca sa spotrebuje

- a) na prekonávanie odporových síl trenia a aerodynamického odporu a
- b) na zmenu rýchlosti telesa.

Ak teleso pôsobením sily zväčšuje svoju rýchlosť, jeho kinetická energia E_k rastie. Naopak, ak rýchlosť telesa klesá, jeho kinetická energia sa znižuje.

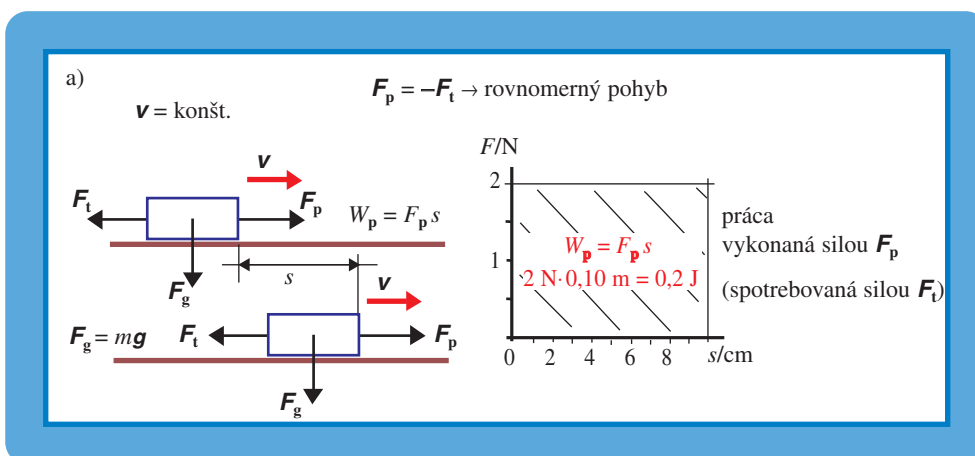
V tomto článku chceme ukázať ako teleso mení svoju **kinetickú (pohybovú) energiu** pôsobením sily, ktorá pritom koná prácu.

Tak ako doteraz, budeme telesa, s ktorými budeme pracovať považovať za hmotné body. To znamená, že nebudeme brať do úvahy ich rozmery a nedovolíme, aby sa pri posúvaní aj otáčali.

Kinetická energia telesa

Na obrázku je znázornený experiment, ktorý nám pomôže objasniť ako sa mení rýchlosť a kinetická energia telesa.

a)
Ťaháme kváder po vodorovnej podložke silou F_p , ktorá má rovnakú veľkosť ale opačný smer ako sila šmykového trenia F_t , $F_p = -F_t$. Podľa prvého Newtonovho pohybového zákona sa teleso pohybuje rovnomerne a priamočiari. **Rýchlosť kvádra sa nemení, a preto sa nemení ani jeho kinetická energia.**

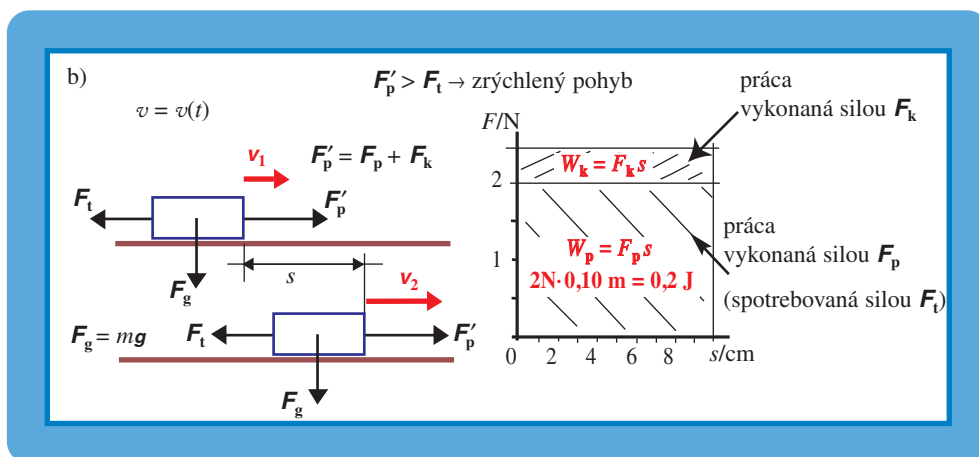


Na konci dráhy s má teleso rovnakú rýchlosť ako na jej začiatku. Sila F_p vykoná prácu

$$W_p = F_p s$$

ktorá sa rovná práci spotrebovanej silou F_t , šmykového trenia.

Táto práca sa prejaví ako teplo – teleso sa pri trení o podložku zohreje.



Rovnaký experiment, rovnaká trecia sila, ale v smere pohybu pôsobí sila $F'_p = F_p + F_k > F_t$, ktorá je väčšia ako sila F_t šmykového trenia.

Práca vykonaná silou $F'_p = F_p + F_k$

$$W' = (F_p + F_k)s = F_p s + F_k s = W_p + W_k$$

Na konci dráhy s má teleso väčšiu rýchlosť ako na jej začiatku. Kváder sa pohybuje zrýchlene.

Práca $W_p = F_p s$ zmení vnútornú energiu telesa – zohreje ho pri trení o podložku.

Práca $W_k = F_k s$ sa prejaví zmenou kinetickej energie telesa.

Silu F_k , pôsobiacu na teleso v smere jeho pohybu, môžeme podľa druhého Newtonovho zákona (článok 2.23) vyjadriť v tvare $F_k = ma$. Ak sa táto sila nemení, teleso sa pohybuje **rovnomerne zrýchlene**. Ak bolo na začiatku v pokoji, prejde za čas t dráhu $s = \frac{1}{2}at^2$ (článok 2.21) a nadobudne rýchlosť $v = at$. Sila F_k vykoná na dráhe s prácu

$$W = F_k s = ma \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}maat^2 = \frac{1}{2}ma^2t^2 = \frac{1}{2}mv^2 = E_k$$

Teleso s hmotnosťou m , ktoré sa pohybuje rýchlosťou v , má kinetickú energiu

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

Posledný vzťah sme odvodili pre teleso, ktoré sme pôsobením stálej sily uviedli z pokoja do pohybu s rýchlosťou v . Ak by sme pôsobili silou F na teleso, ktoré sa už pohybovalo rýchlosťou v_1 a malo kinetickú energiu

$$E_{k1} = \frac{1}{2}mv_1^2$$

práca W vykonaná silou F , by zmenila rýchlosť telesa na v_2 a kinetickú energiu na

$$E_{k2} = \frac{1}{2}mv_2^2$$

Sila môže pôsobiť na pohybujúce sa teleso tak v smere, ako aj proti smeru pohybu. Preto práca vykonaná (alebo spotrebovaná) silou F by mohla mať kladné alebo záporné znamienko. Aj kinetická energia pohybujúceho sa telesa, by sa v tom prípade buď zväčšila alebo zmenšila.

Ak sila pôsobí na teleso v smere jeho pohybu, vykoná prácu a zrýchli pohyb telesa.

Ak sila pôsobí na teleso proti smeru jeho pohybu, spotrebuje prácu a pohyb telesa spomalí.

b)
V smere pohybu pôsobila konštantná sila s veľkosťou

$$F'_p = F_k + F_p, \quad F_p = F_t$$

väčšia ako sila F_t trenia.

Pohyb kvádra je zrýchlený.

Rýchlosť kvádra na dráhe s rastie, a preto sa zväčšuje aj jeho kinetická energia.

Vykonaná práca sa skladá z dvoch častí. Prvá časť je práca $W_p = F_p s$, ktorá sa premení na teplo.

Druhá časť práce

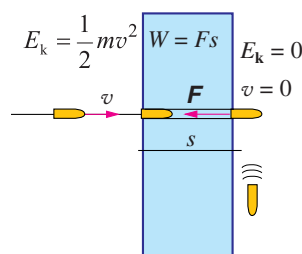
$W_k = F_k s$ sa využije na zmenu kinetickej energie telesa.

Odvozenie vzťahu pre kinetickú energiu telesa

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

Pri zmene rýchlosti telesa z v_1 na v_2 sa kinetická energia telesa zmení o hodnotu

$$W = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$



Na obrázku vľavo je príklad zmeny kinetickej energie E_k projektilu z pušky, letiaceho proti drevenej stene rýchlosťou v . Po náraze na stenu pôsobí proti smeru jeho pohybu odporová sila F , ktorá spotrebuje prácu W . V znázornenom prípade projektil stratí v drevenej doske toľko kinetickej energie, že na druhej strane dosky má nulovú rýchlosť, a teda aj nulovú kinetickú energiu. (Matematický opis javu nájdete na konci tohto článku.)

Uvážte, ako by sa dej zmenil, keby doska bola o niekoľko milimetrov hrubšia alebo tenšia.

Úlohy

1. Prečítajte si ešte raz posledný odsek. Vysvetlite jeho zmysel na príklade, ktorý si sami zvolíte (napr. jazda na bicykli, automobile,...).
2. Pri jazde na bicykli na vodorovnej ceste sa najprv pohybujeme vedľa priateľa, ktorý kráča rýchlosťou $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Potom sa od neho oddelíme a zrýchlime na $10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Naša hmotnosť (aj s bicyklom) je 80 kg . Akú prácu sme museli počas zrýchľovania pohybu vykonať (minimálne)? [$W = E_{k2} - E_{k1} = \dots$]
3. Pri streľbe z pištole prerazil projektil dosku hrubú $2,0 \text{ cm}$ a spadol tesne za ňou na zem. Vieme, že guľka vystrelená z pištole má hmotnosť 20 g a pohybuje sa rýchlosťou $300 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Akou priemernou odporovou silou pôsobilo drevo na guľku?
4. Pri streľbe z praku (gumipušky) koná prácu pružná sila napätých gumových pásikov. Ak máte vlastný prak, odmerajte veľkosť sily F potrebnú pri streľbe na jeho predĺženie s a určte prácu, ktorú vykoná pri „výstrele“. Kamienok, ktorý vystrelíme, vyletí rýchlosťou v , zodpovedajúcou získanej kinetickej energii.
5. Vypočítajte rýchlosť kamienka. Pred výpočtom sa pokúste rýchlosť kamienka s hmotnosťou 10 g odhadnúť (bude to $20 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$, $30 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$, ...?). Prak sa nám podarilo natiahnuť na dĺžku 20 cm silou 40 N .

Príklad – matematický opis preletu strely drevenou doskou

(Pozri obrázok vyššie.) V opísanom príklade sa konečná rýchlosť strely rovná nule.

Na obrázku letí projektil z pušky rýchlosťou v proti drevenej doske. V doske pôsobí proti pohybu projektilu odporová sila F , ktorá prácu spotrebuje. Po prechode doskou projektil vypadne z dosky s nulovou rýchlosťou.

Konečná energia projektilu je daná rozdielom začiatkovej kinetickej energie E_k a práce W spotrebovanej odporovou silou v dreve dosky.

$$\begin{aligned}
 E_k - W &= \frac{1}{2}mv^2 - Fs = \frac{1}{2}mv^2 - ma\left(vt - \frac{1}{2}at^2\right) = \frac{1}{2}mv^2 - ma\left(at^2 - \frac{1}{2}at^2\right) = \\
 &= \frac{1}{2}mv^2 - m\frac{1}{2}a^2t^2 = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv^2 = 0
 \end{aligned}$$

3.7 Vzájomné premeny energie

Už v niekoľkých predchádzajúcich článkoch sme sa stretali s javmi, pri ktorých sa energia telesa prejavuje v rôznych formách. Napr. teleso, ktoré padá, má v danom okamihu voči povrchu Zeme určitú potenciálnu energiu. Pretože sa pohybuje, má v tom istom čase aj kinetickú energiu. Pri páde sa mení jeho prevýšenie nad povrchom Zeme a jeho rýchlosť sa zväčšuje. Preto telesu ubúda potenciálna energia a jeho kinetická energia rastie.

Môžeme to pozorovať napr. na obrázku baranidla, pomocou ktorého zatĺkame do zeme kôl na obrázkoch v článku 3.4. Kladivo baranidla po uvoľnení padá, jeho prevýšenie h nad kolom sa znižuje. Preto sa znižuje jeho potenciálna energia $E_p = mgh$. Rýchlosť v pádu postupne rastie a spolu s ňou aj kinetická energia $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ kladiva. Pri náraze koná prácu, pri ktorej sa kôl zaborí hlbšie do pôdy.

Aj potenciálna energia pružnosti sa môže meniť na iné formy. Na obrázku, ktorý zachytil jednu z fáz skoku o žrdi vidíme skokanku, ktorá využíva pružnú energiu laminátovej žrde, aby dosiahla väčšiu výšku – aby zmenila svoju potenciálnu energiu.

Na ďalšom obrázku stúpa po futbalistovom zásahu lopta nahor a pritom rastie jej výška h nad rovinou, kde jej futbalista udelil začiatočnú rýchlosť. Rýchlosť v_h stúpania lopty, meraná v smere zvisle nahor, postupne klesá a spolu s ňou kinetická energia. Potenciálna energia $E_p = mgh$ rastie na úkor znižujúcej sa kinetickej energie. Po dosiahnutí vrcholu trajektórie sa potenciálna energia padajúcej lopty znova postupne premieňa na kinetickú energiu.

Vzájomné premeny rôznych foriem energie sa neobmedzujú len na mechanickú energiu. Pri každom mechanickom pohybe sa stretávame s trením. Už niekoľkokrát sme spomínali, že časť práce spotrebovanej na prekonanie síl trenia sa prejaví ako teplo – zvýšením teploty trecích plôch.

Energia sa vyskytuje v mnohých formách. Do našich bytov prichádza napr. elektrickou rozvodnou sieťou z elektrární. Na to, aby sme získali elektrickú energiu je potrebné konať mechanickú prácu v generátoroch elektrického napätia.

Generátory sú obvykle poháňané tepelnými strojmi – napr. parnými turbínami. Para vzniká zohrievaním vody spaľovaním uhlia alebo zemného plynu. Zemný plyn používame ako zdroj energie aj v našich domácnostiach. V mnohých štátoch sa na vyvíjanie pary a následné získavanie elektrickej energie využívajú reakcie prebiehajúce vnútri jadra atómu.

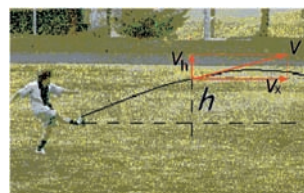
Generátory elektrického napätia môžu byť poháňané aj inými strojmi – nielen tepelnými. Veľmi vhodným strojom na pohon elektrického generátora je vodná turbína, ktorá využíva kinetickú energiu vodného prúdu. Na kinetickú energiu vodného prúdu sa obvykle premieňa potenciálna energia vody, ktorú zhromažďujeme vo vodných nádržiach – priehradách.

Nezanedbateľné sú chemické zdroje elektrickej energie, napr. batérie elektrických článkov, ktoré využívame v ručných svetidlách alebo akumulátory v našich automobiloch.

Technický pokrok a rozvoj civilizácie prináša stále nové zariadenia, ktoré treba „živiť“ energiou. Preto hľadáme stále nové, ekologicky vhodné a podľa možností lacné zdroje energie. Na pohon elektrických generátorov sa preto využíva aj sila vetra, slnečné žiarenie alebo geotermálne zdroje.

Vzájomné premeny energie sa riadia všeobecným **zákonom zachovania energie**. Podľa tohto zákona **energia nevzniká ani nezaniká, len sa mení z jednej formy na druhú**.

Premeny mechanickej energie



„Nemechanické“ formy energie

teplo,
energia prenášaná elektrickými a plynovými rozvodmi,
energia v jadrách atómov,
energia vzdušných prúdov a vodných tokov atď.

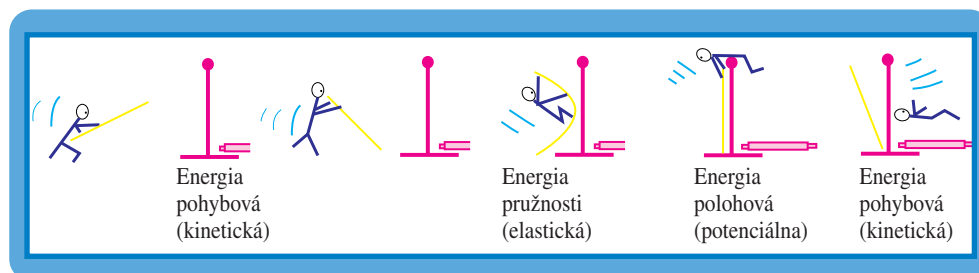
Zákon zachovania energie

Pozrite si študijný text na konci článku.

Zákon zachovania energie je veľmi všeobecný zákon. Nedá sa odvodiť z iných zákonov ani potvrdiť teoretickými postupmi. Doposiaľ sa však v prírode nepodarilo objaviť jav, ktorý by sa ním neriadil.

Skok o žrdi

Opíšte premeny energie, ktoré prebehli pri športovom výkone.



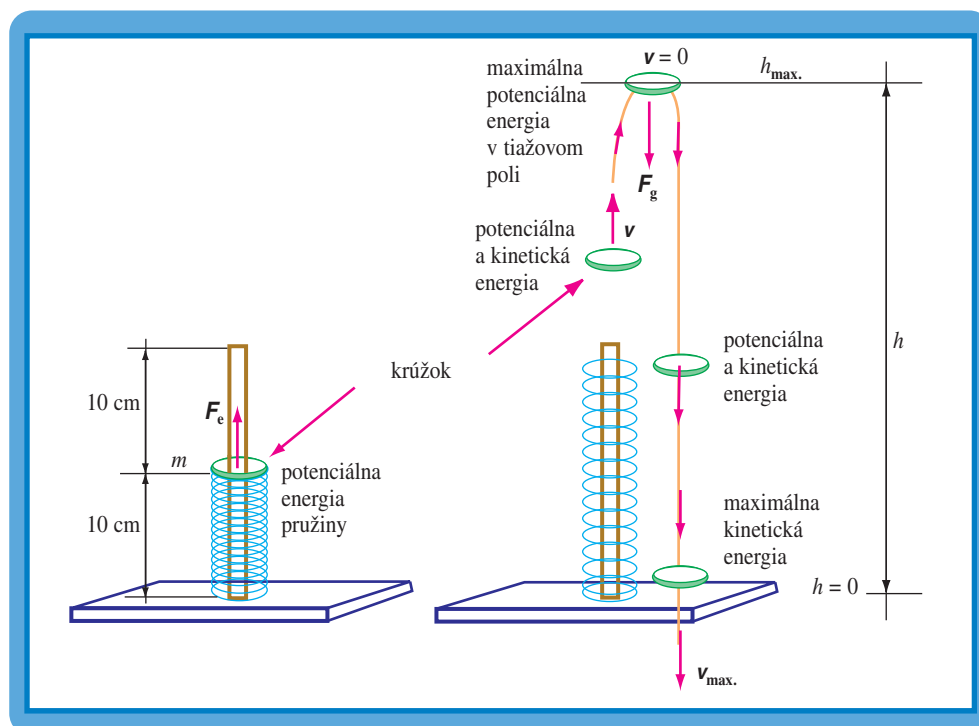
Plánovanie experimentu

Pohyb krúžka „vystreleného“ pomocou pružiny.

Analyzujte obrázok a odpovedajte na otázky

Krúžok umiestnime na stlačenú pružinu (v ľavej časti obrázka).

- Ako by ste odmerali potenciálnu energiu krúžka na stlačenej pružine?
- Čo sa bude diať po uvoľnení pružiny?
- Súvisí nejako potenciálna energia pružiny s výškou, do ktorej by mal krúžok vyletieť?
- Ako vysoko by mal vyletieť krúžok?



Úloha – modelujte vzájomné premeny mechanickej energie

Plánujte, pripravte a realizujte experiment, pomocou ktorého možno ukázať, že mechanická potenciálna energia pružiny sa môže meniť aj na iné formy mechanickej energie.

Aby sme zobrazený skok o žrdi mohli analyzovať ako fyzikálny jav, pripravili sme modelový experiment.

Pomôcky

Realizácia experimentu

- Určte potenciálnu energiu pružiny (pravdepodobne bude potrebné odmerať jej tuhosť k , a potom určiť potenciálnu energiu stlačenej pružiny podľa vzťahu $F = kx$).

Na experiment potrebujeme hladkú tyč na stojane, najlepšie kovovú s kruhovým prierezom (napr. zo školského statívového materiálu) a pružinu s rovnakou alebo menšou dĺžkou ako tyč. Priemer pružiny by mal byť taký, aby sme ju mohli navliecť na tyč tak, aby sa po nej voľne pohybovala. Porovnateľný priemer by mal mať aj ľahký krúžok, napr. z hliníka alebo poskrúcaný z niekoľkých závitov drôtu.

Na začiatku sme vykonali prácu potrebnú na stlačenie pružiny. Pružina nadobudla **potenciálnu energiu pružnosti** E_e .

Po uvoľnení pružiny sa jej potenciálna energia premenila na pohyb krúžka smerom nahor. Pružina sa vrátila do svojej pôvodnej dĺžky a sila F_e vykonala prácu, ktorá krúžok uviedla do pohybu s určitou rýchlosťou v . Tak krúžok získal mechanickú kinetickú (pohybovú) energiu E_k .

Cestou nahor sa rýchlosť krúžka postupne znižovala až klesla na nulu v najvyššom bode dráhy, vo výške h nad vodorovnou podložkou. Pri nulovej rýchlosti bola jeho kinetická energia nulová – celá sa premenila na potenciálnu energiu polohy krúžka v tiažovom poli Zeme.

Počas pádu z maximálnej výšky $h_{\max}$, sa opäť potenciálna energia E_p krúžka s klesajúcou výškou h znižovala a v okamihu jeho dopadu na podložku sa rovnala nule. S narastajúcou rýchlosťou sa zväčšovala kinetická energia E_k krúžka a v okamihu dopadu mala maximálnu hodnotu.

Ani pri dopade krúžka sa jeho energia nestratí – krúžok vykoná prácu – napr. vyhlbí jamku do podložky alebo zohreje podložku.

- Predpovedajte, do akej výšky by mal vyletieť krúžok.
- Odmerajte výšku, do ktorej vyletí krúžok. Treba odôvodniť prečo nevyletel tak vysoko, ako sme predpovedali.

Napište správu o experimente

Úloha

1. Krúžok na obrázku experimentu s pružinou má hmotnosť 10 g. Pružina má tuhosť $k = 50 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$. Do akej najväčšej výšky ($h_{\max}$) by mal vyletieť krúžok? (Pomôcka: Na zdvihnutie krúžka do výšky h musíme vykonať prácu proti pôsobeniu tiažovej sily $W = F_g h = mgh$.)

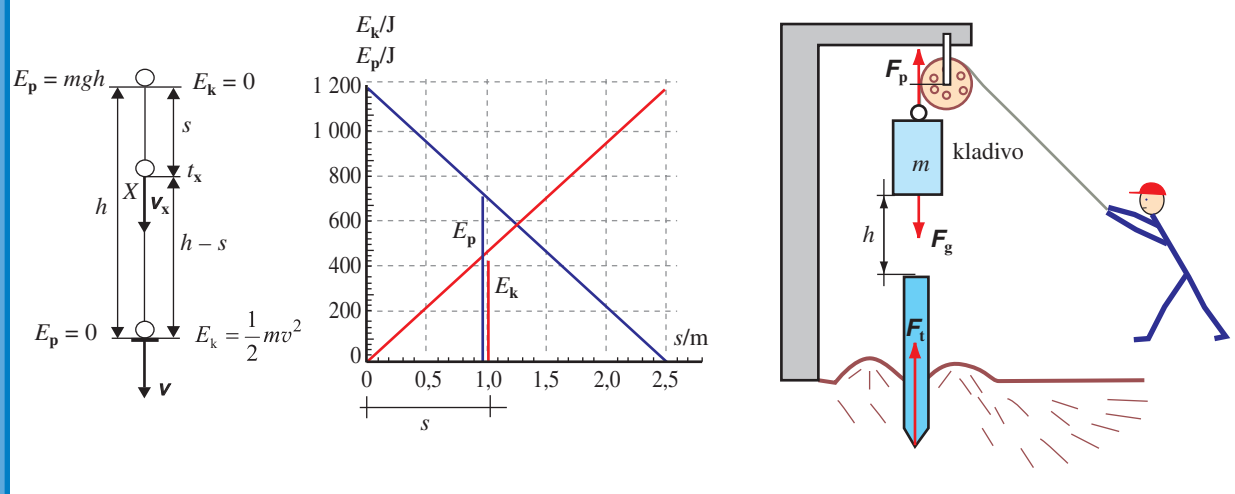
Preštudujte si

Zákon zachovania mechanickej energie

Na obrázku vpravo je situácia, ktorú poznáte z článku 3.1 o fyzikálnej práci. Kladivo baranidla padá z výšky h , jeho potenciálna energia sa postupne znižuje a pri dopade na kôl sa rovná nule. Počas pádu rastie jeho kinetická energia a pri dopade na kôl má maximálnu hodnotu.

Naše úvahy zidealizujeme: Predpokladáme, že kladivo baranidla padá voľným pádom. To znamená, že odporová sila vzduchu pôsobiaca na padajúce kladivo je zanedbateľne malá. Ak je táto podmienka splnená, sústavu telies Zem – kladivo môžeme považovať za izolovanú sústavu telies, v ktorej sa počas pádu mení potenciálna energia na kinetickú energiu.

Grafom sme znázornili, ako sa obidve energie menia v závislosti od dráhy, po ktorej padajú. Hodnoty obidvoch energií E_p , E_k sme znázornili pomocou dvoch úsečiek pre jeden z bodov dráhy s .



Meraním na grafe sa presvedčte, že v každom ľubovoľne vybranom bode dráhy voľného pádu kladiva má stále hodnotu súčet jeho potenciálnej a kinetickej energie $E_p + E_k = \text{konšt.}$ a že tento súčet sa rovná začiatkovej hodnote potenciálnej energie.

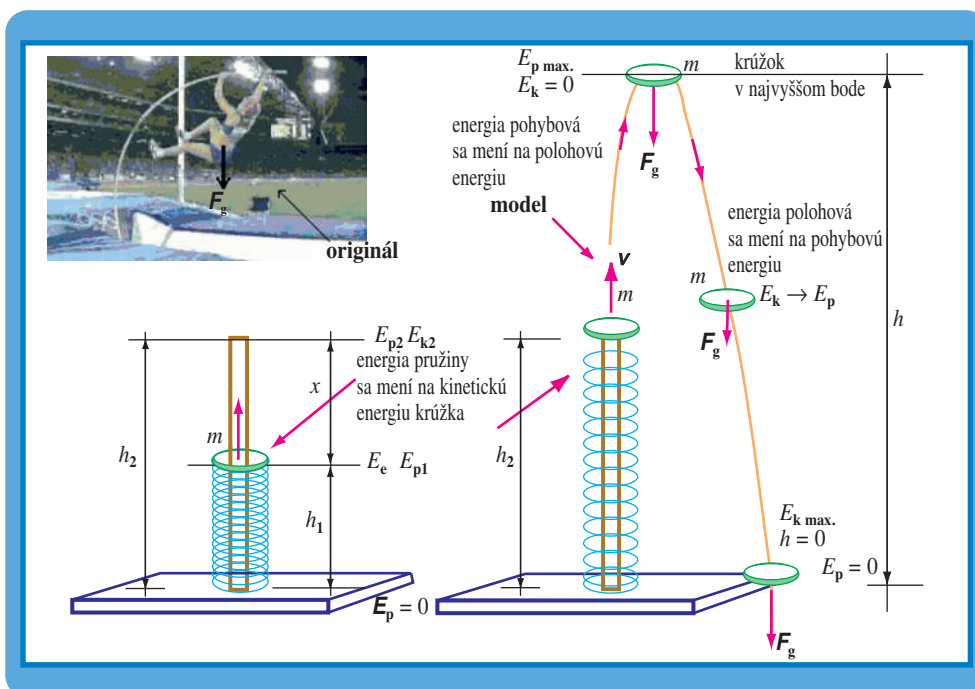
Celková mechanická energia telesa pri voľnom páde ostáva konštantná, len sa postupne mení jeho potenciálna energia na kinetickú energiu.

3.8 Koľko energie potrebuje športovec?

Modelový experiment z predchádzajúceho článku

Vysvetlite, ako experiment modeluje skok o žrdi. Vyhľadajte navzájom zodpovedajúce prvky športového výkonu a experimentu s pružinou a krúžkom.

Na obrázku v ľavom hornom rohu je fotografia skokanky pri športovom výkone, ktorým sme sa zaoberali v predchádzajúcom článku. Na zvyšku obrázka je návrh modelového experimentu tohto športového výkonu. Pred skúmaním tohto obrázka by sme si mali pozrieť videozáznam skoku o žrdi.



Modelovanie pohybu skokanky pomocou pružiny a krúžka.

Koľko energie potrebuje športovec?

Úlohy

1. Pozrite sa ešte raz na videozáznam skoku športovkyne a uvažte, ako sa menila energia pri jej výkone. Vypočítajte maximálnu potenciálnu energiu, ktorú pri skoku nadobudla.
2. Iste by vás zaujímalo odkiaľ športovkyňa, ktorej výkon skúmame, berie energiu potrebnú nielen na športový výkon, ale aj na udržiavanie telesnej teploty. Pravdepodobne nás napadne potrava, ktorá má svoju energetickú hodnotu. Hodnoty energie v niektorých druhoch potravín uvádzame v tabuľke.
3. Pokúste sa urobiť čiastkovú energetickú bilanciú: Koľko a akej potravy by ste ponúkli skokanke po tréningu, ktorý trval dve hodiny a pri ktorom si svoj skok zopakovala dvadsaťkrát?

(Berte do úvahy len tú energiu, ktorú viete vypočítať a fyzikálne odôvodniť. Potom uvažte, aká spravidla býva energetická hodnota reálnej večere športovca. Skúste nakoniec vyjadriť energiu, ktorú športovkyňa spotrebovala na udržiavanie svojej telesnej teploty, činnosť telesných orgánov a regeneráciu organizmu. Pozrite sa aj na študijný text „Energia v našom organizme“ na konci tohto článku.)

druh potraviny	približná energetická hodnota kJ/100 g
mäso hovädzie - zadné	600
mäso bravčové - bôčik	1 900
mäso z kurčťa	500
maslo	3 000
mlieko (polotučné)	200
chlieb	1 100
ryža	1 500
zemiaky	250

Preštudujte si

Energia v našom organizme

Názov článku neznie práve najlepšie – môžeme uvažovať o ľuďoch ako o zariadeniach na výmenu tepla? Mali by sme si však uvedomiť, že naša telesná teplota je približne $\tau = 37\text{ }^{\circ}\text{C}$, zatiaľ čo teplota τ_e nášho okolia je spravidla o niekoľko stupňov alebo dokonca o niekoľko desiatok stupňov nižšia. Naše telo je pokryté kožou, ktorá má plošný obsah približne 1 m^2 . Hrúbka kože nie je na celom povrchu tela rovnaká. Musíme k nej spravidla zarátať aj vrstvičku podkožného tuku, ktorá má na rôznych miestach tela rôznu hrúbku. Ak však zo všetkých týchto hodnôt zoberieme veľmi približné a priemerné hodnoty, môžeme aj pre ľudské telo napísať rovnicu.

$$Q = kS \frac{\tau - \tau_e}{l} t$$

Táto rovnica vyjadruje teplo (v jouloch), ktoré sa cez povrch tela odvedie v čase t do nášho okolia. (Koefficient k je fyzikálna materiálová konštanta, S – plocha povrchu tela, l – priemerná hrúbka kože.) Ak chceme, aby sa pri týchto stratách naše telo neochladzovalo, musíme odvedené teplo nahradiť – dodať mu rovnako veľkú energiu.

Energiu, ktorú naše telo v priebehu dňa potrebuje dodávame potravou. Pri jej spracovaní v zažívacom trakte dochádza k chemickým reakciám, pri ktorých sa potrava rozkladá na jednoduché zložky potrebné na výživu a regeneráciu buniek v našich orgánoch. Mnohé z týchto reakcií sú sprevádzané uvoľňovaním tepla, ktoré udržiava našu telesnú teplotu. Niektoré orgány naopak energiu na svoju činnosť musia prijímať. Naš organizmus nie je jednoduchý, a preto sú zložité aj energetické procesy, ktoré v ňom prebiehajú aj keď sme v pokoji.

Látková premena potrebná len na udržanie života ľudského dospelého organizmu, ktorý je v úplnom pokoji sa nazýva *bazálny metabolizmus*. Energetická hodnota bazálneho metabolizmu pripadajúca na čas 24 hodín sa pohybuje v rozpätí od 5 450 kJ do 8 350 kJ, ak sa pritom človek nachádza v miestnosti s teplotou $\tau_e = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$. (kJ – kilojoule: $1\text{ kJ} = 10^3\text{ J}$.) Samozrejme, že tieto hodnoty platia len pre ľudský organizmus, ktorý je v úplnom pokoji. Len čo začne človek vyvíjať niektorú z obvyklých aktivít, výdaj energie pripadajúci na jeho metabolické pochody sa zvyšuje.

Okrem tepla, ktoré strácame pri udržiavaní telesnej teploty, musíme rátať aj s inými činnosťami, ktoré sú náročné na energiu. Tie súvisia v najväčšej miere s pohybmi, ktoré musíme konať tak, že pritom namáhame naše svaly.

Ak človek pracuje, jeho energetické nároky sa primerane zvyšujú. Pre priemernú energetickú potrebu dospelého jedinca v priebehu 24 h sa uvádzajú približné hodnoty 11 000 kJ pri ľahkej práci, 12 500 kJ pri strednej záťaži, 14 500 kJ a viac pri fyzickej činnosti, ktorú posudzujeme ako ťažkú prácu.

Výkony športovcov považujeme za relatívne ťažkú prácu. Z fyzikálneho hľadiska koná športovec mechanickú prácu vtedy, keď mení tvar pružného telesa (deformuje ho) alebo keď mení svoje prevýšenie nad povrchom Zeme. Pri týchto výkonoch sa energia dodaná v potrave zmení na činnosť svalov, ktoré konajú mechanickú prácu. Aj časť tejto práce sa premení na teplo, ktoré sa odvedie do okolia.

3.9 Výkon a príkon stroja

V technickej praxi, ale aj v domácnosti, pracujú rôzne stroje a zariadenia, ktoré pre nás konajú mechanickú prácu. Aby boli schopné konať prácu treba im dodať v nejakej forme energiu. Tak napr. domácim spotrebičom (práčkam, mixérom, miešačom, vysávačom) dodávame elektrickú energiu z elektrickej rozvodnej siete, keď pripojíme spotrebič k elektrickej zásuvke.

$$P = \frac{\text{strojom vykonaná práca}}{\text{čas, za ktorý bola vykonaná}}$$

Niekedy potrebujeme vyjadriť vlastnosti stroja. Často to robíme z toho dôvodu, aby sme stroje navzájom porovnali. Pre porovnanie ich vlastností obvykle vyjadrujeme prácu, ktorú ten-ktorý stroj vykoná za jednotku času.

Veličinu, ktorá vyjadruje množstvo práce vykonanej za jednotku času nazývame **výkon** (P)

$$P = \frac{W}{t}$$

kde W je práca vykonaná strojom a t je čas, za ktorý stroj prácu vykonal.

$$[P] = \frac{[W]}{[t]} = \frac{\text{J}}{\text{s}} = \text{W (watt)}$$

Prácu W meriame v jouloch (J) a čas t v sekundách (s). Vydelením veličín, práce W a času t , dostaneme prácu vykonanú za sekundu. Jednotkou takto vyjadreného výkonu je watt (označujeme W).

Poznámka

Nesmieme zamieňať značku W veličiny práca, ktorá sa označuje *šikmým tlačným písmom*, so značkou jednotky watt (W), ktorá sa označuje *stojatým tlačným písmom*.

$$P' = \frac{E}{t}$$

$$P = \frac{W}{t}$$

Stroj koná prácu len vtedy, ak mu dodávame energiu. Tak napr. elektrický mixér musíme pripojiť k elektrickej zásuvke. Potom elektromotor otáčajúci nožom mixéra prijíma energiu z elektrickej siete. Tá sa v stroji využije na vykonanie práce W' , v ktorej je zahrnutá „užitočná práca“, na ktorú je stroj určený, ale aj „neužitočná“ práca, ktorú „spotrebujú“ napr. odporové sily v ložiskách stroja. Časť tejto *celkovej práce* sa rozptýli do okolia stroja ako teplo vznikajúce v jeho mechanických a elektrických súčiastkach.

Veličinu, ktorá vyjadruje množstvo energie E dodanej stroju za jednotku času nazývame **príkon** (P'). Vzhľadom na predchádzajúci odsek by sme mohli príkon stroja vyjadriť aj ako podiel celkovej práce W' stroja a času t .

Energiu vyjadrujeme v tých istých jednotkách ako prácu, preto aj pre príkon používame rovnakú jednotku watt (W) ako pre výkon.

Ak vieme, s akým príkonom náš stroj pracuje, vieme vypočítať energiu, ktorú mu treba dodať za určitý čas t

$$E = P't$$

Takto vyjadrená energia má svoju jednotku – nazýva sa wattsekunda (Ws).

$$[E] = [P'] \cdot [t] = \text{W} \cdot \text{s} =$$

$$\text{Ws} = \frac{\text{J}}{\text{s}} \cdot \text{s} = \text{J}$$

$$1 \text{ Ws} = 1 \text{ J}$$

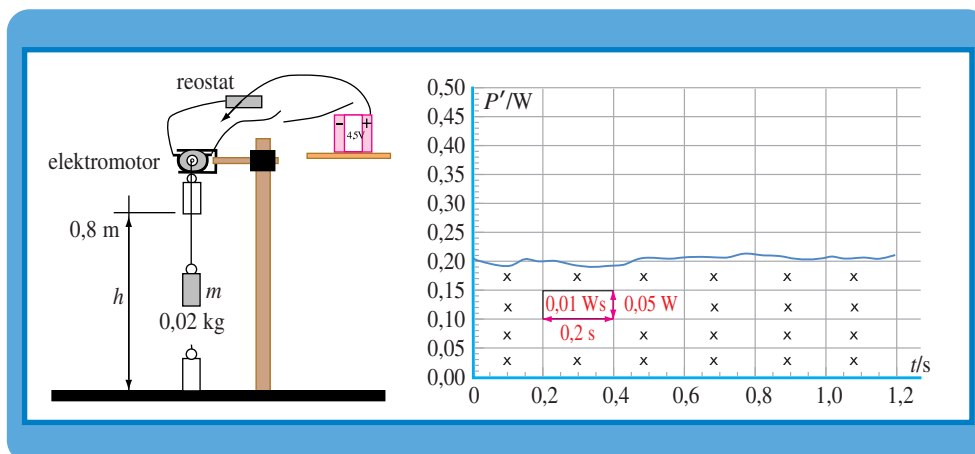


Úlohy

1. Robotník na obrázku v článku 3.4 vytiahol kladivo baranidla do výšky h za čas 2,0 s. S akým výkonom pracoval? [$\approx 0,25 \text{ kW}$]
2. Na obrázku vľavo je elektromotorček, ktorý sa používa na pohon hračiek. Na nasledujúcom obrázku je znázornené meranie výkonu a príkonu elektromotor-

čeka nachádzajúceho sa v modeli žeriava. Na osku elektromotorčeka sa pri jeho činnosti navíja lanko so závažím.

Grafom na nasledujúcom obrázku sme pomocou prevodníka údajov zobrazili na počítači príkon P' elektromotorčeka v závislosti od času t .



Elektromotorček mení svoju frekvenciu otáčania v závislosti od nastavenia reostatu – rezistora s premenným odporom a dvíha závažie väčšou či menšou rýchlosťou. Vpravo – príkon odmeraný elektronickými senzormi v časovom intervale $t = 1,2 \text{ s}$, v ktorom elektromotorček pracoval.

Poznámky

1. Zobrazenie fyzikálnej veličiny – energie – pomocou plochy ohraničenej čiarou grafu, by pre nás nemalo byť nič nové. V článku 3.2 sme plochou zobrazovali prácu v inej sústave súradníc.
2. Joule a wattsekunda sú rovnocenné jednotky práce, platí $1 \text{ Ws} = 1 \text{ J}$. Ostatné jednotky práce sa od jednotky Ws spravidla odvídzajú pomocou jednotky watthodina.
3. V jednotkách kilowatthodina vyjadrujeme elektrickú energiu spotrebovanú v domácnostiach, ktorú odoberajú z elektrickej siete domáce elektrospotrebiče.

a) S akým výkonom P stroj pracoval?

b) Aký jeho príkon P' ?

Plocha uzavretá pod čiarou grafu zobrazuje energiu E vloženú do elektromotorčeka v čase t .

Každý obdĺžnik vyznačený krížikom zodpovedá energii

$$E_0 = P_0 \cdot t_0 = 0,05 \text{ W} \cdot 0,2 \text{ s}$$

$$E_0 = 0,01 \text{ Ws} = 0,01 \text{ J}$$

24 obdĺžnikov pod čiarou grafu zodpovedá dodanej energii

$$E = 24 E_0 = 24 \cdot 0,01 \text{ J} = 0,24 \text{ J}$$

$$1 \text{ Ws} = 1 \text{ J}$$

$$1 \text{ Wh} = 3\,600 \text{ J} \quad (\text{watthodina})$$

$$1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J} \quad (\text{kilowatthodina})$$

$$1 \text{ MWh} = 3,6 \cdot 10^9 \text{ J} \quad (\text{megawatthodina})$$

3.10 Účinnosť stroja

Účinnosť stroja (η)

$$\eta = \frac{\text{výkon stroja}}{\text{príkonn stroja}} = \frac{P}{P'} = \frac{\frac{W}{t}}{\frac{E}{t}}$$

$$\eta = \frac{W}{E} = \frac{\text{vykonaná práca}}{\text{dodaná energia}}$$

E – energia dodaná stroju

W – práca vykonaná strojom

$E > W$

Pri riešení úlohy o výkone a príkone modelu žeriava v predchádzajúcom článku, ste pravdepodobne vypočítali hodnotu príkonu P' stroja oveľa väčšiu, ako bol jeho výkon P pri dvíhaní závažia. To znamená, že pri práci elektromotora sme museli každú sekundu dodať stroju väčšiu energiu ako bola strojom vykonaná užitočná práca.

Rovnaký poznatok by sme nadobudli pri riešení každej úlohy o mechanickom stroji, ktorý koná prácu.

Zo skúsenosti vieme, že väčšina domácich spotrebičov sa pri svojej činnosti zahrieva.

Takmer v každom mechanickom stroji sa otáčajú, alebo navzájom po sebe pohybujú súčiastky. Pri trení, bez ktorého sa vzájomný pohyb častí strojov nezaobíde, vzniká teplo. K stratám energie dochádza v každom stroji. Teplo, ktorým sa ohrieva okolie stroja vzniká z časti energie, ktorú dodávame stroju, aby mohol pracovať.

Len časť energie dodanej stroju sa využije užitočným spôsobom – na konanie práce.

Aby sme vyjadrili aká časť z energie dodanej stroju sa využije na konanie práce, zavádzame fyzikálnu veličinu, ktorá sa nazýva **účinnosť** (označuje sa η – eta).

Účinnosť stroja vyjadrujeme desatinným číslom alebo v percentách.

Energia, ktorú dodáme stroju aby pracoval, je vždy väčšia ako práca, ktorú stroj vykoná. Preto účinnosť stroja nikdy nemôže byť väčšia ako 1 ($\eta \leq 1$) alebo, pri vyjadrení v percentách, účinnosť nemôže byť väčšia ako 100 % ($\eta \leq 100 \%$).

Úloha

S akou účinnosťou pracoval model žeriava z predchádzajúceho článku?

4. Elektrina a magnetizmus – elektrický obvod

Často si ani neuvedomujeme, ako fyzika zasahuje do nášho každodenného života. Ako úplnú samozrejmosť denne používame množstvo predmetov, ktoré nám uľahčujú život – elektrické hriankovače, televízory, magnetofóny, mobilné telefóny, výťahy a pod. bez uvažovania nad tým ako súvisia s fyzikou. O ich fyzikálnej podstate sa čo-to s prekvapením dozvedáme, keď prestanú pracovať.

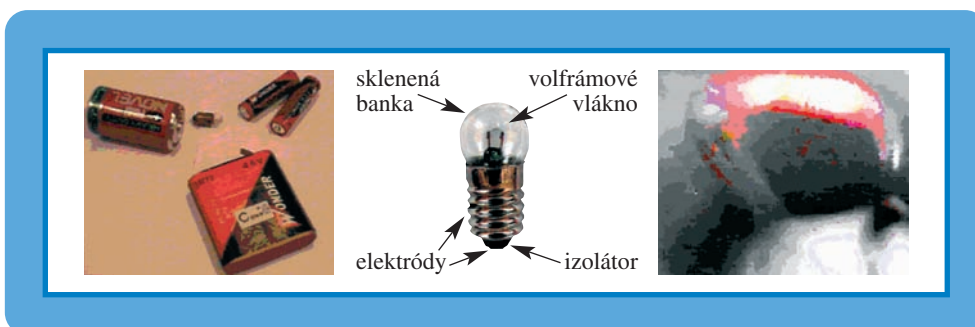
V povedomí spoločnosti sú predovšetkým aplikácie elektrických javov. Väčšina ľudí pripúšťa, že elektrický prúd má pre ich život veľký význam, ale zároveň si myslia, že nepotrebujú nič vedieť o zákonitostiach, ktorými sa riadi. Potom sú bezradní, ak im istič preruší elektrický prúd v bytovom rozvode, keď zapoja niekoľko spotrebičov súčasne, alebo keď majú poskytnúť pomoc človeku, ktorý ohrozil svoj život neopatrnou manipuláciou s elektrickou sieťou.

Samozrejme, že nie je nevyhnutné, aby sme do podrobností poznali každé zariadenie, ktoré každodenne používame alebo aby sme si ho dokonca vedeli sami opraviť. Nemali by sme však mať problémy s výberom chladničky alebo elektrickej piecky do bytu, ako aj pri posudzovaní, ktoré elektrické spotrebiče môžeme mať zapojené súčasne.



4.1 Elektrický obvod

Väčšinou používame predmety bez zamýšľania sa nad tým ako pracujú a prečo. Medzi takéto predmety určite patrí aj **ručné elektrické svietidlo** – baterka. Pozrime sa do jej vnútra, aby sme zistili z čoho sa skladá a ako ju udržať v použiteľnom stave. V puzdre baterky sa nachádza žiarovka a niektorý z rôznych, tvarom sa odlišujúcich, chemických zdrojov elektrického napätia (galvanických článkov) – batéria. Preštudujte si obrázok.



Galvanické monočlánky valcového tvaru s napätím 1,5 V.

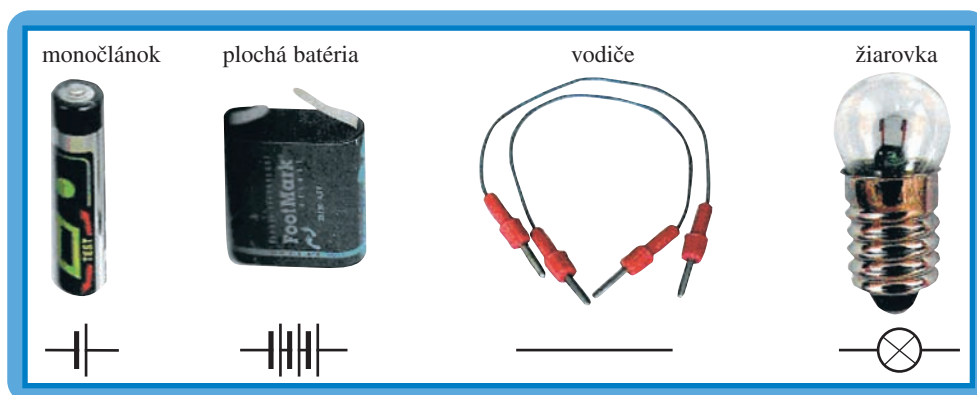
Batéria s napätím 4,5 V obsahuje tri navzájom spojené monočlánky v plochom puzdre.

Žiarovka – elektrický zdroj svetla.

Uprostred obrázka je žiarovka do baterky. Na kovovom puzdre má vyznačené hodnoty 4,5 V; 0,3 A. Vľavo je niekoľko typov batérií a vpravo fotografia žeravého vlákna žiarovky pripojenej na zdroj elektrického napätia.

Na nasledujúcom obrázku sú znázornené: galvanický monočlánok s napätím 1,5 V, **batéria** navzájom spojených monočlánkov uložených v plochom puzdre nazývaná aj plochá batéria, ktorej napätie je 4,5 V, vodiče a žiarovka a ich schematické značky.

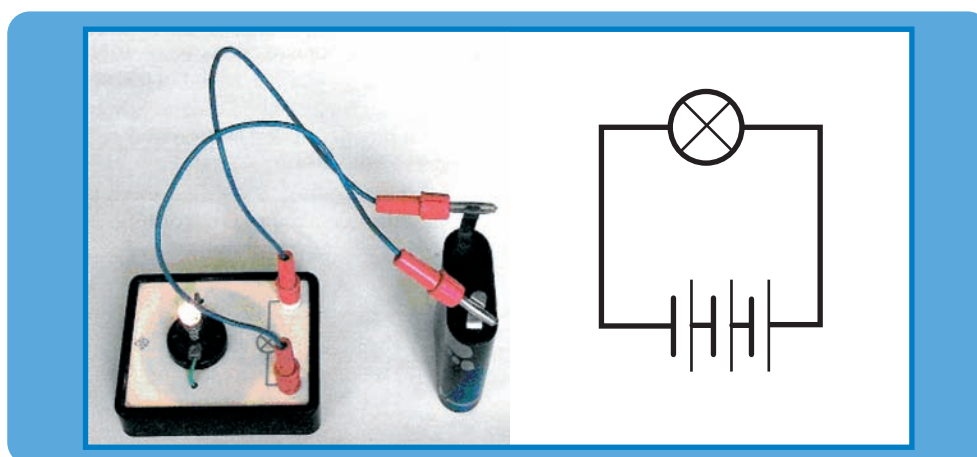
Galvanické zdroje napätia, vodiče, žiarovka a ich schematické značky.



Žiarovka sa rozsvieti, ak ju pripojíme pomocou vodičov k batérii, alebo ju priložíme priamo na svorky batérie.

Vznikne tak **elektrický obvod**, ktorým prechádza elektrický prúd.

Elektrický obvod



Vľavo na fotografii je jednoduchý elektrický obvod, vpravo od nej **schéma elektrického obvodu** so zdrojom napätia a so žiarovkou.

Zdrojom svetla v baterke je **žiarovka** – vlastne jej kovové vlákno. Pri skúmaní svietiacej žiarovky zistíme, že vlákno je žeravé a banka žiarovky sa zahrieva.

Žiarovka máva dve svorky, ku ktorým sú pripojené konce vlákna. Jedna je v spodnej časti, izolovaná od objímky. Druhou svorkou je kovový valček so závitom, ktorý slúži na zaskrutkovanie žiarovky do objímky svietidla.

Na žiarovke sú vyznačené hodnoty – napr. 4,5 V; 0,3 A. Vyznačené napätie je rovnaké ako napätie medzi svorkami plochej batérie. Obidve súčiastky teda budeme môcť použiť pri našich experimentoch.

Látky z hľadiska vedenia elektrického prúdu.
vodiče, nevodiče

Pri podrobnejšom skúmaní baterky, zistíme, že **batéria je so žiarovkou a s vypínačom pospájaná sústavou vodičov**. Tak je to, ak puzdro batérie je z plastu. Ak máme baterku s kovovým puzdrom, môžeme sa presvedčiť, že aj kov puzdra sa dá využiť na pripojenie žiarovky k batérii. Zrejme niektoré látky vedú elektrický prúd a iné zase nie.

Úloha – skúmajte vodivosť látok

Aktivita:

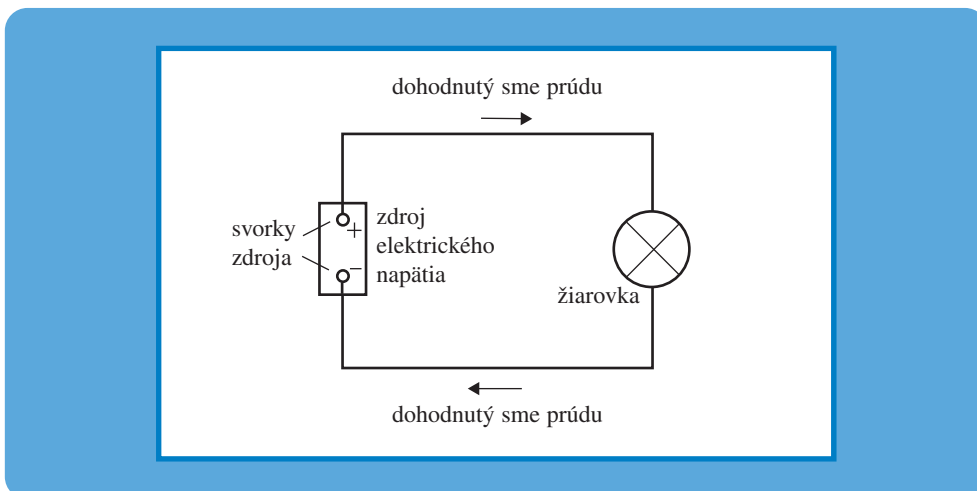
Ktoré látky vedú elektrický prúd?

Plánujte a vykonajte experimenty.

Pomôcky: batéria (4,5 V), tri vodiče, žiarovka, drôty z rôznych materiálov s približne rovnakou dĺžkou a priemerom, zápalka, tanier (pohár) s ozdobným (obvykle žltým alebo strieborným pásikom), sklo, porcelán, voda (destilovaná, z vodovodu, s rozpustenou soľou, s cukrom,...).

4.2 Elektromotorické napätie zdroja

Na obrázku je jednoduchý elektrický obvod so zdrojom napätia (napr. s galvanickým článkom) a so žiarovkou. Keď obvodom prechádza elektrický prúd (žiarovka svieti).



Predpokladáme, že elektrický prúd vytvárajú elektrické náboje, ktoré sú voľne pohyblivé.

Vyznačený „dohodnutý smer prúdu“ pochádza z histórie, z čias, keď ešte nebola známa fyzikálna podstata elektrického prúdu. Vtedy vznikla **dohoda, podľa ktorej sa smer prúdu v elektrickom obvode označuje ako smer pohybu kladných elektrických nábojov od kladnej svorky zdroja k jeho zápornej svorke**. Táto dohoda sa používa dodnes pri označovaní smeru prúdu.

Ak obvodom prechádza ustálený prúd, prejde ľubovoľným prierezom obvodu (teda aj zdrojom) za rovnaké časové úseky rovnaký elektrický náboj, ktorý označíme Q . Elektrický náboj Q meriame v jednotkách coulomb. Coulomb má značku C. (Podrobnejšie sa s touto jednotkou budeme zaoberať v nasledujúcom článku.)

Vodiče v elektrickom obvode môžu byť z rôzneho materiálu – napr. kovové drôty, ako je to na obrázku.

Zdroj má dve svorky – kladnú a zápornú. Pozdĺž **vonkajšej časti elektrického obvodu** sa náboje pohybujú od kladnej svorky zdroja, cez žiarovku, k zápornej svorke zdroja. Aby sa udržali v pohybe a aby časť svojej energie odovzdali spotrebiču (napr. rozsvietili žiarovku) treba im dodať energiu vo vnútri zdroja. Preto vnútro zdroja, **vnútorná časť elektrického obvodu**, musí byť konštruované tak, aby sa v ňom konala práca. V galvanických napäťových článkoch sa táto práca koná na úkor chemickej energie, iné články sú schopné zužitkovať teplo, ďalšie zase napr. svetlo. Zdroje, ktoré využívajú mechanickú prácu, sa nazývajú generátory elektrického napätia.

Práca, ktorá sa koná vo vnútri zdroja, sa prejaví stálou hodnotou napätia U_e medzi kladnou a zápornou svorkou zdroja. Toto napätie sa nazýva **elektromotorické napätie zdroja**.

Dohodnutý smer prúdu

Elektrický náboj Q

Fyzikálna jednotka coulomb (C) – jednotka elektrického náboja.

Zdroj elektrického napätia.

Svorky zdroja – záporná (–) a kladná (+).

Vonkajšia časť obvodu Vnútorná časť obvodu

Elektromotorické napätie zdroja

Elektromotorické napätie zdroja môžeme definovať pomocou práce W_z , ktorú treba vykonať, aby sme vo vnútri zdroja presunuli medzi jeho svorkami elektrický náboj Q

$$U_e = \frac{W_z}{Q}$$

Podiel $\frac{W_z}{Q}$ vyjadruje číselne (nie čo do jednotkového rozmeru) prácu, ktorú treba vykonať aby sme vo vnútri zdroja presunuli medzi jeho svorkami jednotkový elektrický náboj. Môžeme teda matematickú definíciu vyjadriť slovami:

Elektromotorické napätie sa číselne rovná práci, ktorú zdroj vo svojom vnútri vykoná pri presune jednotkového náboja z jednej svorky na druhú svorku.

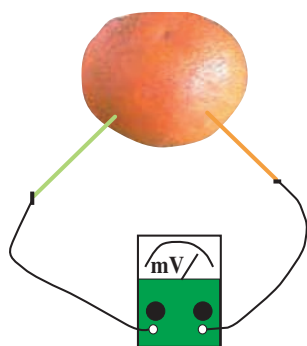
Volt (V) - jednotka elektrického napätia.

Z definície vyplýva jednotka elektromotorického napätia volt (V)

$$[U_e] = \frac{[W_z]}{[Q]} = \frac{\text{joule}}{\text{coulomb}} = \frac{\text{J}}{\text{C}} = \text{V}$$

Prístroj na meranie elektrického napätia sa nazýva **voltmeter**.

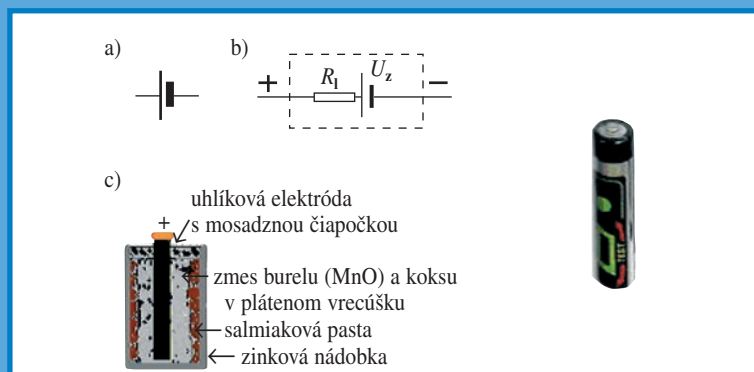
Úlohy



Kto bol Luigi Galvani a čo objavil?

Používali sa galvanické články už pred dvadsiatimi storočiami?

1. Zostrojte galvanický článok – chemický zdroj napätia. Urobte si vlastný chemický zdroj napätia. Nebude tak zložitý ako zdroj na obrázku v študijnom texte na konci článku, ale aj tak by mal fungovať.
 - Schéma experimentu je na obrázku. Namiesto plieškov z medi a zinku môžete použiť aj napr. dve mince (z rozdielnych kovov), alebo ľubovoľné dve kovové elektródy. Medzi elektródy vložte pásik papiera navlhčený v roztoku soli, kyseliny alebo zásady.
 - Vyskúšajte aj iný variant experimentu. Dva drôty z rozdielnych kovov (napr. medený a hliníkový vodič) zapichnete do citróna, jablka, zemiaka,... Zaznamenáme elektrické napätie aj keď použijeme elektródy z rovnakého kovu?
2. Pokúste sa spojiť viacero napäťových článkov za sebou. Môžete postupovať aj tak, že použijete niekoľko plieškov (striedavo, napr. zinkový a medený pliešok) alebo mincí z rozdielnych kovov. Medzi pliešky vložte papieriky navlhčené v kyslom, zásaditom alebo slanom roztoku. Pri každom experimente odmerajte napätie.
3. Chemické zdroje napätia sa niekedy nazývajú galvanické články na počesť talianskeho lekára **Luigiho Galvaniho**. Vyhľadajte o ňom čo najviac informácií (v literatúre, na internete,...). V krátkosti písomne vysvetlite čím sa v histórii objavov preslávil a prečo sa dostal do fyzikálnej literatúry.
4. Archeológom sa podarilo na strednom východe (v okolí Bagdadu) vykopať približne 2000 rokov starú hlinenú nádobu, ktorej pôvodný účel nevedia vysvetliť. Vo vnútri nádoby našli medenú trubicu a v nej zvyšky železnej tyče. Na stenách nádoby boli zaschnuté zvyšky ovocných kyselín. Vyhľadajte čo najviac informácií o náleze a o dohadoch, načo sa pred dvoma tisícročiami používal. Pokúsite sa aj o vlastnú hypotézu?

Preštudujte si**Chemický zdroj elektrického napätia**

Na obrázku v časti c) je znázornený rez bežným chemickým „suchým“ článkom - zdrojom elektrického napätia. Napätie na svorkách zdroja pochádza z chemických reakcií medzi elektródami (uhlíková tyč obalená zmesou burelu a koksu a zinková nádobka) a elektrolytom. (salmiak).

Medzi elektródami a elektrolytom vznikajú elektromotorické napätia. Výsledná hodnota napätia medzi svorkami chemického zdroja sa rovná súčtu týchto napätí.

Rez „klasickým“ chemickým zdrojom napätia – galvanickým článkom.

Napätie na svorkách zdroja

vzniká ako dôsledok chemických reakcií medzi elektródami a elektrolytom.

Aktivita 5.12

Ako funguje batéria?

4.3 Ako sa správajú atómy a elektróny v kove

Už niekoľkokrát sme použili pojmy ako napr. „elektrický prúd vo vodiči“, „elektrický náboj a jeho pohyb v obvode“, „kovový vodič“ a pod. Teraz sa pokúsime urobiť si o nich názornejšiu predstavu.

Atómy, či molekuly každej látky – sú v neustálom pohybe. Ich pohyb súvisí s teplotou látky – je rýchlejší ak sa teplota látky zvýši.

Kovy majú medzi pevnými látkami osobitné postavenie. Atómy kovov bývajú navzájom viazané v štruktúre, ktorú nazývame **kovová mriežka**. Kovová mriežka je pravidelne usporiadaná trojrozmerná štruktúra, v ktorej sa jednotlivé atómy nachádzajú v určitých stabilných polohách – v priesečníkoch mriežky (pozri obrázok). Okolo týchto polôh vykonávajú kmitavé pohyby.

Vedenie elektrického prúdu v kovových vodičoch sprostredkujú **voľné elektróny**. V kovovej mriežke konajú neusporiadané pohyby všetkými smermi, narážajú na atómy mriežky a pritom menia smer svojho pohybu.

So zvyšujúcou sa teplotou sa zvyšujú aj ich rýchlosti. Chaotické pohyby voľných elektrónov nazývame **tepelný pohyb** voľných elektrónov.

V plynách a kvapalinách

sa atómy a molekuly pohybujú chaoticky – všetkými smermi – rôznymi rýchlosťami. Pri zvyšovaní teploty, či plynu, sa ich rýchlosti zvyšujú.

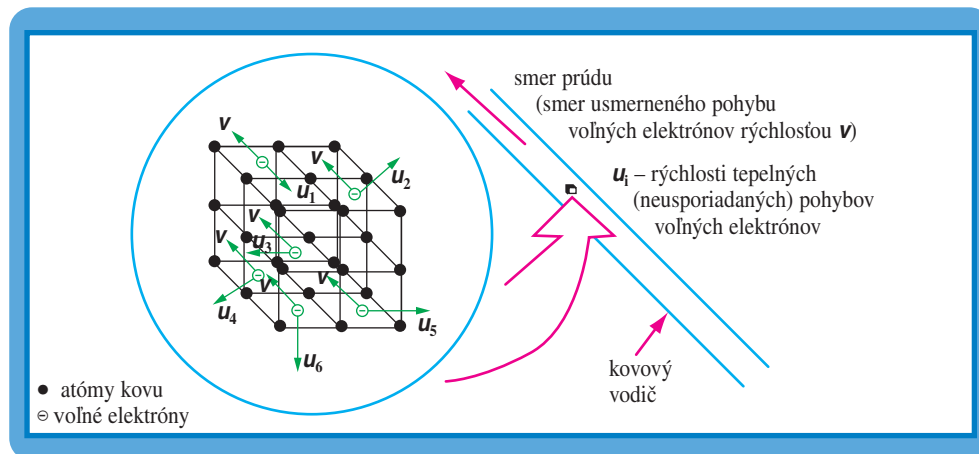
Voľné elektróny

Elektróny, ktoré sa odtrhli z vonkajšej sféry elektrónového obalu atómu a voľne sa pohybujú v kovovej mriežke.

Modelovanie vedenia prúdu v kovovej mriežke

Veľkosti rýchlostí u tepelného pohybu voľných elektrónov sa navzájom veľmi líšia – od niekoľkých centimetrov až po stovky metrov za sekundu.

V obrázku sú znázornené orientovanými úsečkami $u_1, u_2, \dots, u_i$.



V pevnej látke nie sú atómy voľne pohyblivé – sú viazané na určité stále polohy. Ale ani tieto viazané častice nie sú v pokoji – kmitajú okolo svojich stálych polôh. Rýchlosť a výchylka kmitajúcich častíc aj tu závisí od teploty. Ak zvyšujeme teplotu pevnej látky, zvyšuje sa aj rýchlosť kmitania a výchylka z rovnovážnej polohy.

Pri svojom pohybe narážajú voľné elektróny na kmitajúce atómy mriežky a menia pri tom smer a rýchlosť svojho pohybu. Medzi zrážkami s kovovou mriežkou sa pohybujú celkom voľne a vo všetkých smeroch.

V smere prechádzajúceho prúdu konajú voľné elektróny **usmernený pohyb**. Rýchlosť v usmerneného pohybu má pre všetky elektróny rovnaký smer aj veľkosť.

Fyzika vysvetľuje vedenie elektrického prúdu v kovoch pomocou **elektrónovej teórie**:

Elektrický prúd vytvárajú **voľné elektróny**. Ak je medzi dvoma miestami kovového vodiča, napr. drôtu, elektrické napätie U , v priestore medzi nimi pôsobia na voľné náboje **elektrické sily**. Elektrické sily majú pozdĺž celého vodiča smer od kladnej svorky zdroja k zápornej svorke. Výsledok ich pôsobenia sa prejavuje tak, že voľné elektróny okrem tepelných pohybov konajú aj **usmernený pohyb** rýchlosťou v , v smere od zápornej svorky ku kladnej svorke zdroja elektrického napätia.

Poznámky

Rýchlosť usmerneného pohybu elektrónov nebýva veľká – približne milimetre za sekundu.

Pomerne malá rýchlosť usmerneného pohybu voľných elektrónov by sa zdala byť v rozpore s bežne pozorovaným javom: Ak žiarovku pripojíme na zdroj pomocou vodičov s dĺžkou $\approx 0,1$ m, rozsvieti sa okamžite a nemusíme čakať stovky sekúnd, kým sa k nej elektróny zo zdroja dostanú. Vodič obsahuje voľné elektróny v celom svojom objeme. Pri uzavretí elektrického obvodu začnú všetky voľné elektróny vykonávať usmernený pohyb súčasne v celom vodiči, a preto sa žiarovka okamžite rozsvieti.

Pôsobenie elektrických síl vo vodiči je jedným z prejavov elektrického poľa, ktoré sa rozkladá pozdĺž každého vodiča, ktorým prechádza elektrický prúd. V tejto časti kurzu fyziky sa elektrickým poľom nezaobráame, ale bude mu venovaná kapitola v učebnici fyziky pre nasledujúci ročník.

e – elementárny náboj

$$1\ e = 1,6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}$$

$$1\ \text{C} = 6,2 \cdot 10^{18}\ e$$

Podiel $\frac{Q}{t}$ vyjadruje (číselne) náboj, ktorý prejde prierezom vodiča za jednotku času.

Jednou zo základných vlastností elektrónu je jeho **záporný elektrický náboj**, ktorého veľkosť označujeme e – **elementárny náboj**. Súčet elementárnych nábojov voľných elektrónov, ktoré prejdú za čas t prierezom vodiča, označíme ako elektrický náboj Q .

V sústave fyzikálnych jednotiek, ktorú používame, meriame elektrický náboj v jednotkách coulomb (C). Elementárny náboj e elektrónu predstavuje veľmi malý diel tejto jednotky.

Náboj, ktorý prejde prierezom vodiča za jednotku času, určíme ako podiel $\frac{Q}{t}$. Tento podiel vyjadruje fyzikálnu veličinu I – **prúd**

$$I = \frac{Q}{t}$$

Jednotka sústavy SI pre prúd – ampér (A) a jednotka elektrického náboja coulomb (C) navzájom súvisia podľa uvedeného vzťahu: *Jeden ampér je prúd, pri ktorom za jednu sekundu prejde prierezom vodiča náboj jeden coulomb.*

Elektrický náboj Q môžeme vyjadriť ako súčin prúdu I a času t

$$Q = It$$

Ak teraz dosadíme za veličiny ich jednotky, dostaneme:

$$C = A \cdot s \text{ (coulomb = ampér} \cdot \text{sekunda = ampérsekunda)}$$

Voľné elektróny pri svojom usmernenom pohybe narážajú na atómy kovovej mriežky. Kovová mriežka teda pôsobí ako prekážka usmerneného pohybu elektrónov, ktorý sa prejavuje ako elektrický prúd. Schopnosť vodiča „prekážať“ vedeniu elektrického prúdu je jeho vlastnosť, ktorú nazývame **elektrický odpor**.

Vodič, ktorý kladie elektrickému prúdu elektrický odpor, nazývame **rezistor**.

Ako rezistor sa správa napr. aj vlákno žiarovky. Vlákno žiarovky je spravidla volfrámový drôtik, ktorý má určitý elektrický odpor R . Konce vlákna sú vyvedené vo vnútri žiarovky na vonkajšie svorky – kontakty.

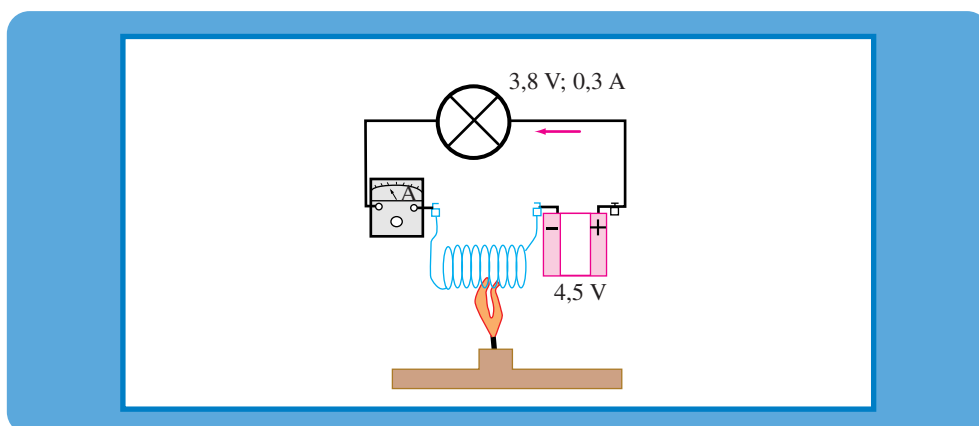
Ak žiarovku zapojíme do elektrického obvodu tak, že na jej svorkách je napätie U , prechádza jej vláknom prúd I . Prúd I závisí od odporu R vlákna. Ale od čoho závisí elektrický odpor vodiča?

Pokúsme sa použiť metódu, ktorá sa nazýva **myšlienkový experiment**. Fyzika často využíva myšlienkový experiment pri skúmaní tej časti sveta, ku ktorej má obmedzený prístup – teda napr. aj pri analýze toho, čo sa deje vo vnútri kovovej mriežky vodiča, ktorým prechádza prúd.

Mriežka zrejme bude brániť prechádzaniu prúdu tým viac, čím častejšie na ňu budú pri svojom usmernenom pohybe narážať elektróny, ktoré vytvárajú prúd.

Nárazy elektrónov na mriežku budú častejšie, ak budú väčšie rýchlosti ich tepelného pohybu. A tie zase budú rásť s teplotou.

Schopnosť kovového vodiča viesť prúd sa zhorší, ak zvýšime teplotu vodiča.



Fyzika hypotézy nielen tvorí, ale ich aj testuje – snaží sa ich overiť pozorovaním, meraním alebo experimentom.

Naplánujte a vykonajte experiment a overte hypotézu.

A (ampér) – jednotka prúdu

$$[I] = \frac{[Q]}{[t]} = \frac{C}{s} = A$$

$$1 A \cdot 1 s = 1 As$$

(ampérsekunda)

$$1 As = 1 C$$

Elektrický odpor vodiča

Fyzikálna veličina odpor

R – rezistencia

Myšlienkový experiment

využíva pri analýze problému známe poznatky a logické myšlienkové postupy.

Od čoho závisí elektrický odpor vodiča?

Z nášho myšlienkového experimentu vyplýva **hypotéza**.

Aktivita 5.13

Overte hypotézu: „Prúd v kovovom vodiči závisí od teploty“

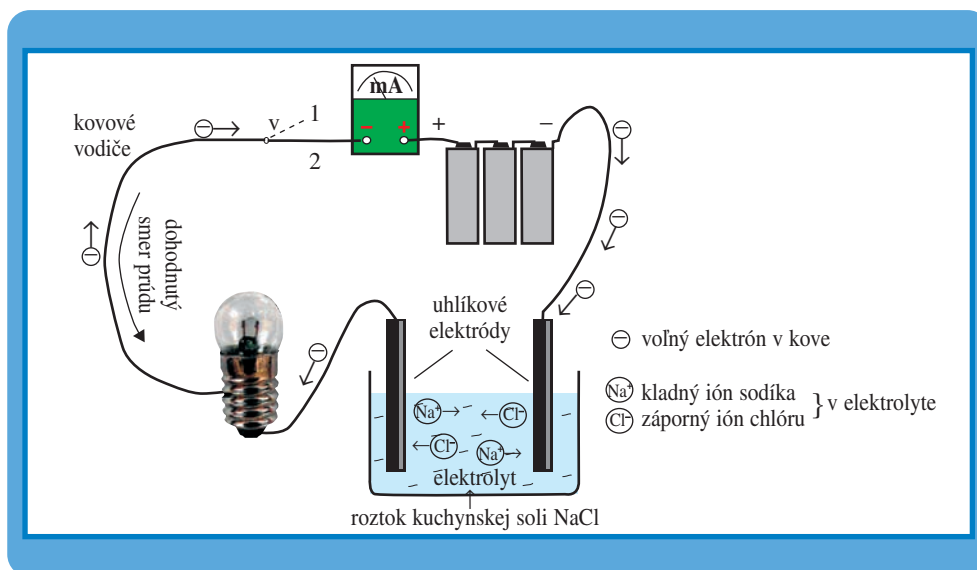
4.4 Čo môžeme zapojiť do elektrického obvodu?

Elektrický prúd je jav, s ktorým sa stretávame každodenne. Prúd prechádza žiarovkami v našom byte, vodičmi v elektrických žehličkách, elektromotormi mixérov, práčok, holiacich strojčekov atď.

Uvážme, či by sa dal zostaviť elektrický obvod nielen z kovov – napr. z drôtov, ale aj z iných – nekovových premetov. Návrh takéhoto obvodu je na obrázku.

Obvod tvoria

- zdroje napätia
- kovové spojovacie vodiče,
- vlákno žiarovky,
- vodiče vo vnútri meracieho prístroja,
- uhlíkové elektródy,
- voľne pohyblivé ióny, v kvapaline.



Kvapalina – roztok chloridu sodného, je jednou zo súčastí zobrazeného obvodu. Látku, v ktorej elektrický prúd vedú ióny, nazývame **elektrolyt**. Elektrolyt je vodný roztok kyseliny, zásady alebo soli.

Elektrický obvod je zložený z viacerých, za sebou (sériovo) spojených častí. Súčasťou obvodu sú kovové vodiče – spojovacie vodiče, vlákno žiarovky, vodiče vo vnútri meracieho prístroja. V kvapaline, ktorá je tiež súčasťou obvodu, sprostredkujú vedenie prúdu voľne sa pohybujúce ióny. Do obvodu je pripojená pomocou dvoch rovnakých kovových alebo uhlíkových elektród.

Voľne pohyblivými elektrickými nábojmi v elektrolyte na obrázku, sú kladné a záporné ióny sodíka a chlórú (Na^+ , Cl^-) vo vodnom roztoku kuchynskej soli. Rovnako by sme mohli použiť napr. aj vodu s niekoľkými kvapkami kyseliny sírovej alebo aj okyslenú citrónom.

Vedenie elektrického prúdu sprostredkované voľne sa pohybujúcimi iónmi vo vodnom roztoku predstavuje jav, ktorý je pre nás nový. Preskúmajte ho vo vlastnej aktivite.

Úlohy

1. Naplánujte experiment s vedením elektrického prúdu vo vodnom roztoku kuchynskej soli alebo vo vode s niekoľkými kvapkami kyseliny.
2. Námet na preskúmanie: Skúste do obvodu zaradiť kúsok grafitovej tuhy z ceruzky. Bude obvodom aj naďalej prechádzať prúd? Z akej látky je tuha?
3. Námet na preskúmanie: Počas experimentu by mal ampérmetr ukazovať výchylku a žiarovka by mala svietiť. Čo sa asi stane, ak budete meniť hĺbku ponoru niektorej z uhlíkových elektród v elektrolyte? Dal by sa jav využiť – napr. pri regulácii niektorej z vlastností prúdu?

Vedenie prúdu v elektrolyte

Aktivita 5.20

Skúmajte vedenie prúdu v elektrolyte

4.5 Ohmov zákon

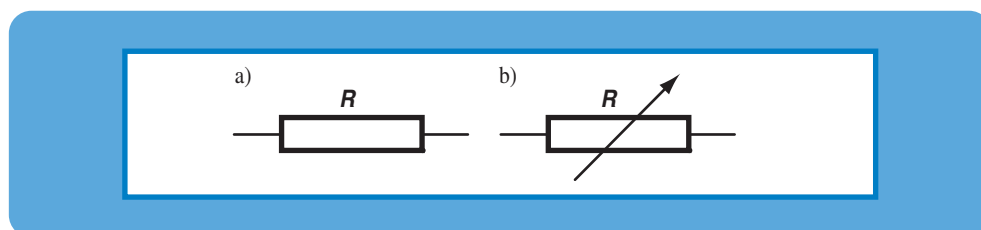
Vlastnosťami vodičov sme sa už vo fyzike zaoberali dávnejšie. Vodič, ktorý kladie elektrickému prúdu odpor, sa nazýva **rezistor**.

Pamätáte sa na veličinu, ktorú sme v článku 4.3 nazvali **elektrický odpor** a označili sme ju R ?

Jednotkou elektrického odporu je ohm (Ω).

Rezistor – elektrotechnická súčiastka, ktorá sa zapája do elektrického obvodu, aby kládla prechádzajúcemu prúdu elektrický odpor.

Elektrický odpor rezistora sa nazýva jeho schopnosť „prekážať“ vedeniu elektrického prúdu. V schémach elektrických obvodov zakresľujeme rezistor dohodnutou schematickou značkou:



- a) rezistor s odporom R ,
- b) rezistor, ktorého odpor R sa dá meniť až do vyznačenej hodnoty R .

Vlastnosti rezistora skúmame spravidla nepriamo – zaradíme ho do elektrického obvodu tak, aby ním prechádzal prúd a meriame elektrické veličiny prúd a napätie.

Napätie na rezistore meriame voltmetrom, ktorý k nemu pripojíme paralelne (svorky voltmetra pripojíme ku koncom rezistora).

Prúd prechádzajúci rezistorom meriame ampérmetrom, ktorý spájame s rezistorom sériovo – tak, aby prúd prechádzajúci rezistorom prechádzal aj ampérmetrom.

Odmerané hodnoty veličín napätia U a prúdu I súvisia s elektrickým odporom R vodiča podľa vzťahu, ktorý objavil francúzsky fyzik **George Simon Ohm**:

Podiel napätia na vodiči a ustáleného prúdu, ktorý prechádza vodičom je konštantný.

Pri väčšine kovových vodičov sa prúd, ktorý nimi prechádza, zväčší toľkokrát, koľkokrát sa zväčší napätie medzi koncami vodiča. To zodpovedá priamej úmernosti v tvare

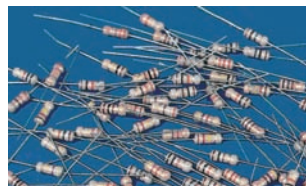
$$I = \frac{U}{R}$$

Priama úmernosť medzi prúdom a napätím sa z historických dôvodov nazýva podľa objaviteľa **Ohmov zákon**. Grafom tejto závislosti prúdu od napätia je priamka, ktorá prechádza začiatkom sústavy súradníc s osami U (vodorovná os), I (zvislá os).

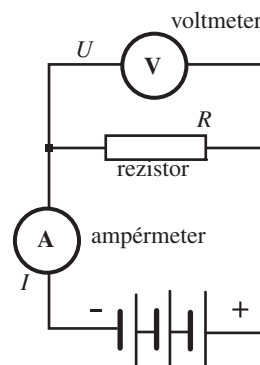
Nie všetky elektrotechnické súčiastky, ktoré zapájame do elektrických obvodov, môžeme znázorniť priamkou – lineárnym grafom. Na nasledujúcom obrázku máme pre porovnanie grafy závislosti prúdu od napätia, $I = I(U)$ pre dve súčiastky: a) rezistor, b) elektronický prvok, ktorý nazývame polovodičová dióda.

R – elektrický odpor vodiča

ohm (Ω) – jednotka elektrického odporu



Rezistory používané v technickej praxi. Hodnota odporu sa na rezistore vyznačuje farebnými pásikmi.



Meranie elektrického odporu

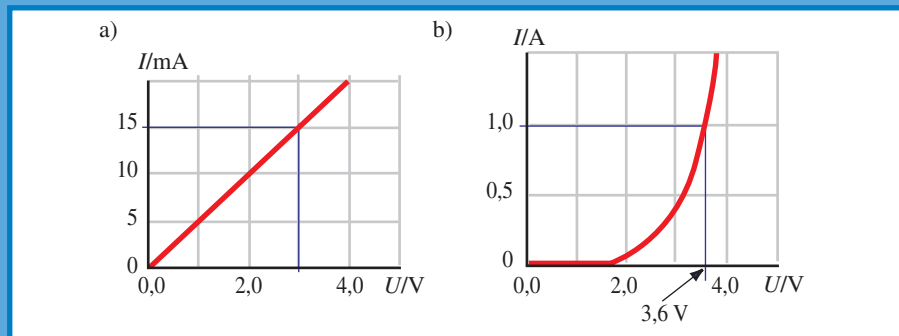
$$R = \frac{U}{I}$$

Tento podiel sa nazýva **elektrický odpor vodiča**. Jednotka elektrického odporu

$$[R] = \frac{[U]}{[I]} = \frac{V}{A} = \Omega$$

Ohmov zákon

- a) Napätie na rezistore sme menili v intervale (0, 4,0 V). Jeho odpor bol pri tom konštantný $R = 200 \Omega$.
- b) Na dióde sme menili napätie v intervale (0, 3,8 V). Jej odpor sa menil. Napr. pri napätí 3,6 V mal odpor hodnotu $R = 3,6 \Omega$.



Podľa vzťahu $R = \frac{U}{I}$ vieme určiť elektrický odpor R každej súčiastky elektrického obvodu, napr. drôtu, rezistora, žiarovky alebo iného prvku elektrického obvodu.

Rezistor s lineárnou závislosťou prúdu od napätia.

Odpor rezistora

$$R = \frac{3,0 \text{ V}}{0,015 \text{ A}} = 200 \Omega$$

Súčiastka elektrického obvodu (polovodičová dióda) s nelineárnou závislosťou prúdu od napätia. Ak je na súčiastke napätie 3,6 V, prechádza ňou prúd 1,0 A a jej odpor

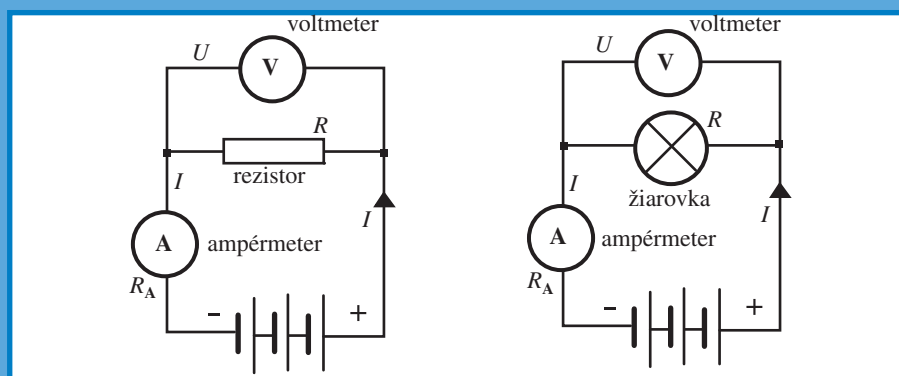
$$R = \frac{3,6 \text{ V}}{1,0 \text{ A}} = 3,6 \Omega$$

Meranie odporu rezistora a žiarovky

Na tomto obrázku je schéma merania odporu rezistora pomocou voltmetra (meria napätie U na svorkách rezistora a je k nemu pripojený paralelne) a ampérmetra (meria prúd I prechádzajúci rezistorom a je k nemu pripojený sériovo).

Voltmeter sa pripája paralelne k súčiastke obvodu, na ktorej meriame napätie.

Ampérmeter meria prúd prechádzajúci určitou súčiastkou obvodu a spája sa s ňou sériovo.



Úlohy

Aktivita 5.14

Zostavte elektrický obvod a odmerajte odpor rezistora

1. Merajte odpor rezistora a žiarovky
2. Aký odpor má rezistor, ktorým pri napätí 1,5 V prechádza prúd 30 mA?

4.6 Elektrický odpor vodiča v závislosti od jeho dĺžky

Vo fyzike často pracujeme s hypotézami – domnienkami, vyplývajúcimi z modelov, ktoré si len predstavujeme (do vnútra kovovej mriežky vodiča nevidíme ani mikroskopom). V takých prípadoch musíme našu hypotézu overiť – najčastejšie pozorovaním, experimentom alebo meraním.

Urobili sme tak aj v článku 4.2 kde sme pomocou myšlienkového experimentu našli, a potom experimentálne potvrdili, hypotézu o závislosti prúdu od teploty vodiča.

Teraz sa tento postup pokúsime zopakovať, aby sme našli a sformulovali *hypotézu o závislosti odporu vodiča od jeho geometrických vlastností*.

Pravdepodobne vás napadlo, že vodič bude menej brániť prechodu usmerneného pohybu elektrónov ak cesta, ktorou „prúdia“ je širšia – vodič má väčší prierez S .

Rovnako by sme mohli uvažovať, že vodič bráni prechádzaniu prúdu tým viac, čím dlhší je úsek l , na ktorom sa elektróny „predierajú“ kovovou mriežkou.

Vyberme si vodič, napr. drôt, ktorý má na celej svojej dĺžke l rovnaký prierez S a skúmame hypotézu:

Domnievame sa, že elektrický odpor R vodiča závisí od jeho dĺžky l .

Z našej hypotézy vyplýva otázka:

Akým experimentom alebo meraním, by sme mohli našu hypotézu overiť (alebo vyvrátiť)?

Vodič si zvyčajne predstavujeme ako drôt väčšinou s kruhovým prierezom alebo menej často s iným, napr. obdĺžnikovým prierezom, ktorý je na celej dĺžke vodiča rovnaký. Ak chceme teleso, ktorým je drôt, opísať prostriedkami geometrie, použijeme jeho dve vlastnosti – dĺžku l a plochu S jeho priečného rezu.

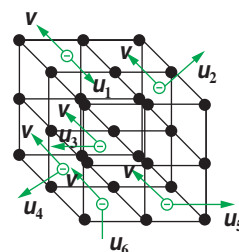
(Na obrázku vpravo sú dva vodiče, jeden s kruhovým a druhý s obdĺžnikovým prierezom.)

V našej hypotéze nás zatiaľ zaujíma len jedna geometrická vlastnosť vodiča – jeho dĺžka l . Pri jej overovaní si teda budeme musieť vybrať taký vodič (drôt), ktorý bude mať na celej svojej dĺžke rovnaký prierez S .

Experiment môžeme naplánovať napr. tak, ako sme to navrhli na nasledujúcom obrázku.

Úloha

Pripravte sa na meranie a zistíte ako závisí odpor R vodiča od jeho dĺžky l .

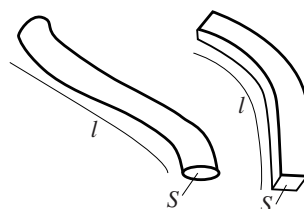


Myšlienkový experiment

Súvisí odpor vodiča s jeho geometrickými vlastnosťami?

Hypotéza
 $R = R(l)$

Naplánujte a vykonajte overovací experiment. Existuje taká závislosť?

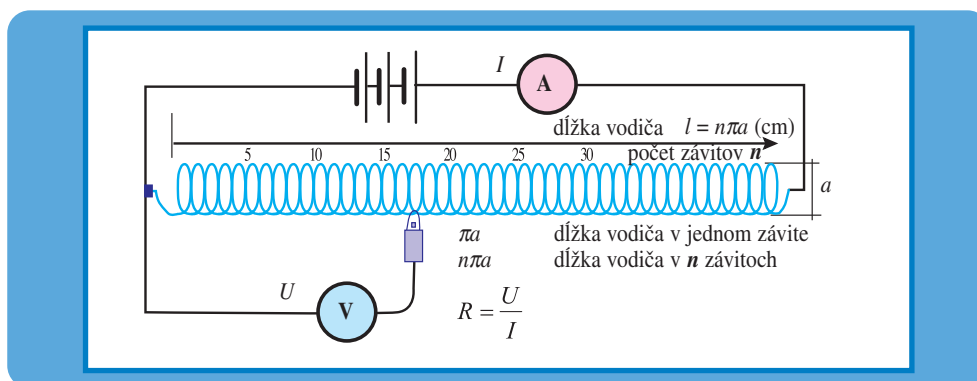


Plánujte a navrhnete experiment na stanovenie závislosti odporu R vodiča – drôtu s kruhovým prierezom (rovnakým na celej dĺžke vodiča), od jeho dĺžky l .

Aktivita 5.15

Ako závisí odpor vodiča od jeho dĺžky?

Zostavte obvod a vykonajte meranie



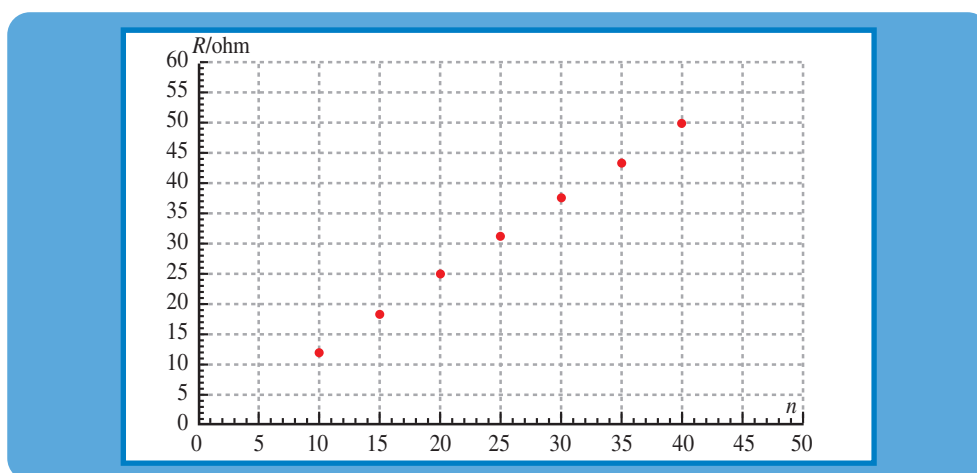
Vodič, železný drôt s dĺžkou ≈ 1 m a s priemerom $\approx 0,3$ mm sme navinuli na valček (ceruzku), závit vedľa závit. Po stiahnutí z ceruzky vznikla skrutkovica, ktorú sme zavesili medzi dve svorky a zapojili do obvodu podľa obrázka.

Na obrázku vpravo je príklad výsledkov merania, ktoré sme získali v našom laboratóriu.

Skrutkovicu sme získali navíjaním vodiča na obyčajnú ceruzku. Odhadnite dĺžku, ktorá pripadá na jeden závit (40 závitov) a potom riešte úlohu.

Otázka

Akou matematickou funkciou by sa dal vyjadriť vzťah $R = R(l)$, ktorý hľadáme?



Výsledky merania by mali dať odpoveď na otázku „ako závisí elektrický odpor vodiča od jeho dĺžky“, ktorú sme si položili v úvode. Pokúste sa takú odpoveď sformulovať!

Zhrnutie

V úvode tohto článku sme spomenuli, že elektrický odpor vodiča (napr. drôtu) by mohol závisieť aj od plošného obsahu S prierezu vodiča. Keby sme plánovali a vykonali ďalšie experimenty a merania, zistili by sme, že pre vodič s dĺžkou l a plochou prierezu S platí vzťah

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

V tomto vzťahu vystupuje konštanta ρ – **rezistivita**, ktorá charakterizuje vlastnosť materiálu vodiča. Vodiče s malou hodnotou rezistivity sú dobre vodivé.

Hodnoty rezistivity vodičov nájdete v matematicko-fyzikálnych tabuľkách (v starších tabuľkách sa pre rezistivitu používa názov *merný odpor*).

Úlohy

1. Vysvetlite výsledok experimentu a čo z neho vyplýva pre hľadajú závislosť odporu R od dĺžky l vodiča. Oboznámte sa vašimi výsledkami vášho učiteľa a triedu.
2. Aké napätie pripadá na jeden závit vašej skrutkovice? Aké napätie pripadá na 30 závitov? Pri spracovaní dát využite program $R-l$ (Excel) alebo $R-l01$ (C6lite).
3. Aký odpor pripadá na jeden meter dĺžky vášho vodiča? Ako to zistíte na grafe, ktorý vám počítač nakreslil?

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

ρ – rezistivita

l – dĺžka vodiča

S – plocha prierezu vodiča

Pre meď $\rho = 0,018 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$, ale napr. železný drôt môže mať rezistivitu desaťnásobne väčšiu.

Pozrite sa do matematicko-fyzikálnych tabuliek.

4.7 Regulátor napätia a jeho praktické využitie

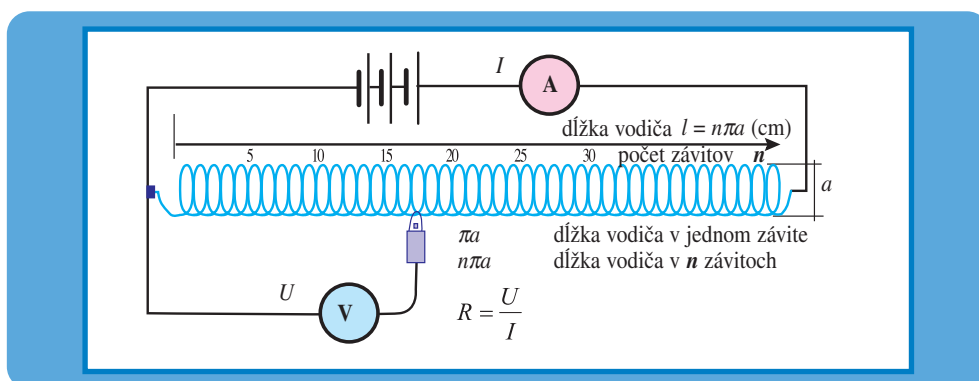
Pri hľadaní závislosti elektrického odporu vodiča od jeho dĺžky (pozri článok 4.6) ste vykonali experiment, pri ktorom ste merali napätie – vždy na niekoľkých desiatkach závitov železného drôtu. Zrejme ste prišli k záveru, že medzi elektrickým odporom R vodiča a jeho dĺžkou l je priama úmernosť

$$R = kl$$

čo je v súlade so vzťahom, ktorý sme uviedli aj v závere článku 4.6

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

V každodennej praxi otáčame gombíkmi rôznych spotrebičov, aby pracovali rýchlejšie, či pomalšie, tichšie alebo hlasnejšie. Napadlo vás niekedy „Ako to funguje?“



Zapojenie na obrázku predstavuje potenciometer. Potenciometer v spojení so zdrojom napätia umožňuje zostaviť regulovateľný zdroj napätia, ktorý sa často využíva v praxi.

Pri riešení úloh v závere článku 4.6 sme uvažovali, aké napätie pripadá na jeden závit nášho drôtu. Preto by sme mali vedieť odpovedať na otázku:

Ku koľkým (n) závitom by sme mali pripojiť voltmeter, ak vopred vieme, aké napätie má ukázať?

Väčšina poznatkov, ktoré sa vo fyzike získali, má aj praktické využitie. Tak je to aj s poznatkom o závislosti odporu vodiča od jeho dĺžky, ktorým sme sa zaoberali v predchádzajúcom článku. Využijeme tento poznatok na to, aby sme regulovali jas žiarovky alebo otáčanie elektromotora.



Úloha

Zostavte regulovateľný zdroj napätia a použite ho.

Regulujte napr.

- jas žiarovky,
- otáčky elektromotora.

Aktivita 5.16

Regulátor napätia a jeho praktické využitie.

4.8 Spájanie rezistorov – dva spôsoby spojenia

Ako závisí výsledný odpor spojených rezistorov od ich vlastných elektrických odporov?

Dva spôsoby vzájomného spojenia dvoch rezistorov

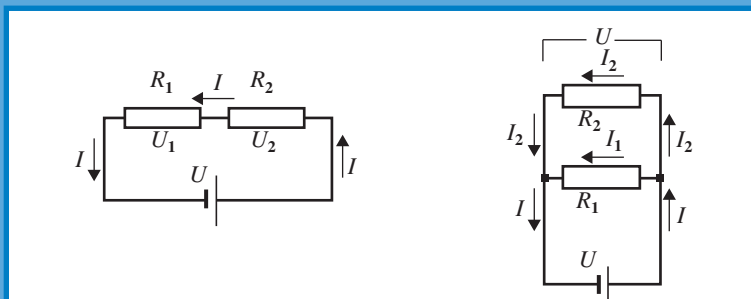
Obvod vpravo je rozvetvený elektrický obvod (pozri krátky študijný text na konci tohto článku).

Často sa stretávame (a v minulosti sme sa už stretli) s úlohou, ako navzájom spojiť rôzne prvky elektrického obvodu. Poznali sme dva spôsoby spojenia – **sériové spojenie** (zvykneme používať aj názov spojenie za sebou) a **paralelné spojenie** (spojenie vedľa seba). Zaoberajme sa teraz sériovým a paralelným spojením dvoch rezistorov.

Charakteristickým znakom rezistora je jeho elektrický odpor R . Aj pri spájaní rezistorov, z ktorých každý má určitý odpor, nás bude zaujímať, ako bude závisieť **výsledný odpor** spájaných rezistorov od ich vlastných elektrických odporov.

Skúsme nájsť vzťahy, podľa ktorých by sa dal vypočítať výsledný odpor dvoch sériovo alebo paralelne spojených rezistorov. Zamyslime sa nad tým čo už o jave vieme a pokúsme sa využiť predchádzajúce poznatky na nájdenie hľadanej závislosti.

Najprv skúmajte spojenie dvoch rezistorov na obrázku. Porovnajte dve zobrazené spojenia a vysvetlite v čom sa líšia.



Sériové spojenie rezistorov (za sebou)

Zamyslime sa najprv nad podrobnosťami každého zo zobrazených spojení:

- Obidvomi rezistormi prechádza rovnaký prúd I .
- Sériovo spojené rezistory sú pripojené k svorkám zdroja a je na nich rovnako veľké napätie ako na svorkách zdroja.
- Napätie U na svorkách zdroja sa rovná súčtu napätí U_1 , U_2 na rezistoroch.

Vyjadriť teraz matematickými vzťahmi to, čo sme vyjadrili slovne. Začneme bodom c) a potom použijeme Ohmov zákon:

$$U = U_1 + U_2 \Rightarrow IR = I_1 R_1 + I_2 R_2$$

$$R = R_1 + R_2$$

Výsledný odpor dvoch sériovo spojených rezistorov sa rovná súčtu odporov jednotlivých rezistorov.

Paralelné spojenie rezistorov (vedľa seba)

- Na obidvoch rezistoroch je rovnaké napätie U , ako na svorkách zdroja.
- Prúd I vychádzajúci zo zdroja sa v uzle rozvetvuje, pokračuje vo vetvách a znova sa v uzle spája.
- Súčet prúdov I_1 , I_2 vo vetvách sa rovná prúdu I v nerozvetvenej časti obvodu.

$$I = I_1 + I_2 \Rightarrow \frac{U}{R} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Prevrátená hodnota výsledného odporu dvoch paralelne spojených rezistorov sa rovná súčtu prevrátených hodnôt odporov jednotlivých rezistorov

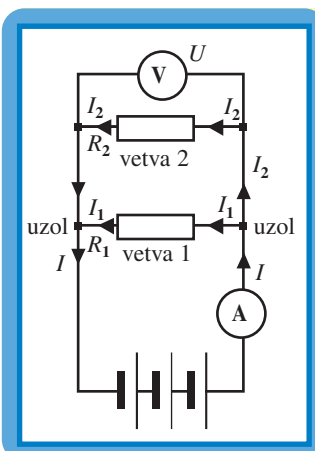
Úlohy

1. K matematickým vzťahom pre výsledný odpor sústavy dvoch rezistorov sme došli „teoretickou cestou“ – úvahami, pri ktorých sme kombinovali predchádzajúce poznatky. Rozdeľte sa do skupín a navrhните experimenty, ktorými by sme odvodené vzťahy overili.
2. Vysvetlite, prečo pri paralelnom spojení dvoch rezistorov vypočítame výsledný odpor zo vzťahu $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$.
3. Vypočítajte elektrický odpor sústavy dvoch rezistorov s odpormi $2\ \Omega$, $3\ \Omega$ pri ich a) sériovom spojení, b) paralelnom spojení.
4. Vysvetlite, prečo sú vzťahy odvodené pre výsledný odpor sústavy dvoch rezistorov použiteľné aj pre sústavy s n rezistormi, napr. v tvare

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n \qquad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

Preštudujte si

Rozvetvený elektrický obvod



Rozvetvený elektrický obvod sa obvyčajne skladá z viacerých jednoduchých elektrických obvodov. Charakteristickým znakom je vetvenie v uzloch.

Prúd $I = \frac{Q}{t}$ sa číselne rovná náboju, ktorý za jednotku času vstúpi do uzla. V uzle sa rozdelí do jednotlivých vetiev. Súčet nábojov, ktoré za jednotku času prejdú vetvami sa musí rovnať náboju, ktorý za jednotku času do vetvy vstúpil.

Ak by to tak nebolo, musel by sa elektrický náboj v uzle strácať alebo by tam musel vznikať. Taký jav však fyzika nepozná. Preto platí vzťah – súčet prúdov vstupujúcich do uzla sa rovná prúdu, ktorý z uzla vystupuje.

Uzol – bod obvodu, v ktorom sa stretávajú tri alebo viacej vodičov.

Vetva – časť obvodu spájajúca dva uzly.

$$\frac{Q_1}{t} + \frac{Q_2}{t} = \frac{Q}{t} \Rightarrow I_1 + I_2 = I$$

Poznámka

Na obrázku rozvetveného elektrického obvodu sa nachádza ešte jedna vetva, na ktorú sme (ale len zdanlivo) zabudli. „Zabudnutá“ vetva obsahuje voltmeter.

Úloha

V súvislosti s predchádzajúcou poznámkou odpovedajte na dve otázky:

1. Prečo považujeme voltmeter za tým dokonalejší, čím je jeho odpor R_V väčší?
2. Prečo sme vetvu s voltmetrom nezahrnuli do našej analýzy rozvetveného obvodu?

Na simuláciu vlastností paralelného obvodu využite program *Paralel* (Excel).

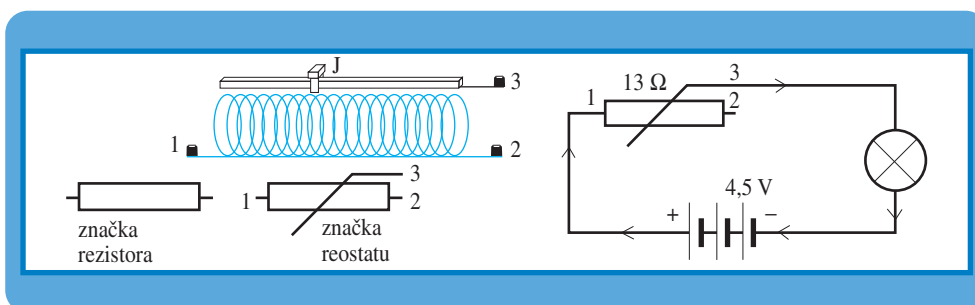
4.9 Urobte si reostat



Reostat

V predchádzajúcom článku sme ukázali, ako závisí elektrický odpor sústavy n rezistorov spojených sériovo od odporov jednotlivých rezistorov. Predstavme si teraz, že každý rezistor takej sústavy sériovo spojených rezistorov má tvar kruhového závitu drôtu a prislúcha mu určitý elektrický odpor R_0 .

Model takejho zariadenia je na obrázku vľavo a jeho schéma na nasledujúcom obrázku. Volá sa valcový reostat. Vyhľadajte ho v školskom kabine a preskúmajte ho.



Valcový reostat je rezistor, ktorého odpor sa mení posúvaním jazdca (J). Čím ďalej posúvame jazdec doprava, tým väčším počtom závitov prechádza prúd medzi svorkami 1 a 3. Jazdec je obvykle odpružený kovový alebo uhlíkový kontakt s izolovanou rukoväťou, voľne pohyblivý na kovovej dobre vodivej tyči. Nad valcom sa posúva tak, že sa dotýka niektorého zo závitov drôtu. Pomocou jazdca zaraďujeme do obvodu väčší alebo menší počet závitov drôtu a tak meníme jeho elektrický odpor.

V článku 4.6 sme merali odpor na skrutkovič zo železného drôtu. Môžeme ju použiť aj teraz, iba jej zapojenie sa teraz bude zhodovať so zapojením na obrázku. Namiesto jazdca reostatu použijeme krokosvorku.

Pozrite sa znova na merania, ktoré sme robili v článku 4.6. Celkový odpor určitého úseku reostatu s n závitmi sa rovná súčtu odporov jednotlivých závitov. Elektrický odpor reostatu sa teda bude meniť podľa toho, aký počet jeho závitov zaraďíme do obvodu.

Všetky závitky reostatu sú navzájom prepojené spôsobom, ktorý nazývame **sériové spojenie** alebo **spojenie za sebou**.

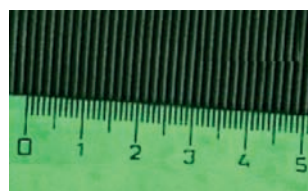
Zostavte reostat

Aktivita 5.17

Urobte si reostat

Aktivita 5.18

Urobte si reostat z ceruzky



Elektrický odpor vodiča

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

O závislosti odporu vodiča od jeho geometrických vlastností a jeho materiálu sme uvažovali v článku 4.6.

Úlohy

1. Zostavte si vlastný reostat. Uvážte, čo všetko potrebujete na jeho konštrukciu. Nezabudnite naplánovať experiment alebo meranie, ktorým by ste sa presvedčili o jeho funkčnosti.

Námet: Ako by ste sa presvedčili, že váš reostat môže regulovať prúd prechádzajúci žiarovkou?

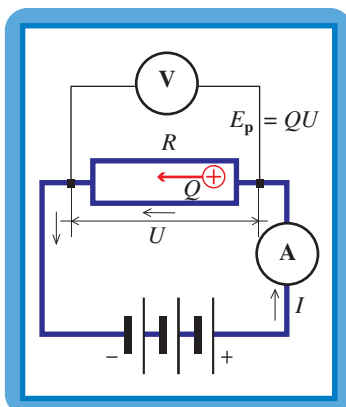
2. Na porcelánovom valci zariadenia, ktoré sa nazýva reostat (nájdete ho iste aj vo vašom fyzikálnom kabine) je na dĺžke 30 cm navinutý drôt s celkovým odporom 13Ω .

Časť vinutia odporového vodiča na porcelánovom valci reostatu je na obrázku vľavo. Určte elektrický odpor R_0 jedného závit reostatu.

Poznámka

Odpor drôtu závisí aj od materiálovej konštanty ρ - rezistivity. Ak porovnávame vodiče s rovnakou dĺžkou a prierezom, najväčší odpor má vodič s najväčšou rezistivitou. Pozrite sa do tabuliek a uvážte, ktoré z materiálov vodičov nie sú vhodné na konštrukciu reostatu.

4.10 Elektrický výkon



Na obrázku je znázornený elektrický obvod so zdrojom elektrického napätia a so spotrebičom, s elektrickým odporom R , ktorým môže byť napr. žiarovka, varič, alebo elektromotor. Všetky tieto elektrické spotrebiče potrebujú k svojej činnosti energiu. Žiarovka a varič energiu odovzdajú ako teplo, elektromotor využije energiu na konanie mechanickej práce.

Aby sme mohli vyjadriť prácu, ktorá sa pri prechode prúdu spotrebičom vykoná, musíme sa na chvíľu vrátiť k definícii elektromotorického napätia z článku 4.2.

Za príčinu pohybu elektrických nábojov v obvode sme označili zdroj elektromotorického napätia. Elektromotorické napätie U_e sme definovali ako podiel práce W_z a náboja Q , ktorý sa vykonaním práce vo vnútri zdroja napätia presunie z jednej elektródy na druhú elektródu.

$$U_e = \frac{W_z}{Q}$$

Práca

$$W_z = U_e Q$$

vykonaná vo vnútri zdroja sa prejaví ako potenciálna energia

$$E_{p\max} = QU_e$$

kladného náboja Q na kladnej svorke zdroja, ktorú má náboj Q voči zápornej svorke zdroja. Tento vzťah vyjadruje maximálnu potenciálnu energiu, ktorú má kladný elektrický náboj na kladnej svorke zdroja. Pri svojej ďalšej ceste elektrickým obvodom môže náboj túto potenciálnu energiu odovzdať ako prácu vykonanú v spotrebičoch alebo vo vodičoch, ktoré zohrieva.

Na každej časti obvodu, napr. aj na spotrebiči, ktorý sme zaradili do obvodu na obrázku v úvode tejto strany, je určité napätie U . Ak teda náboj Q prejde spotrebičom, na ktorom je napätie U , jeho potenciálna energia sa zmení (zmenší sa) o hodnotu E_p zodpovedajúcu tomuto napätiu

$$E_p = QU$$

Pokles potenciálnej energie sa bude rovnať práci, ktorá sa pritom v spotrebiči vykoná, $W = E_p$. V spotrebiči s elektrickým odporom R , ktorým prechádza prúd I , vyjadríme túto prácu nasledovne

$$W = QU = \frac{Q}{t} Ut = IUt = IRI t = RI^2 t$$

(Pri úpravách, ktoré sme urobili, sme využili vzťahy medzi prúdom I , napätím U a elektrickým odporom R , ktorými sú tieto veličiny navzájom viazané podľa Ohmovho zákona.)

Medzi prácou a výkonom je vzťah, ktorým sme sa zaoberali v článku 3.9:

Veličinu, ktorá vyjadruje množstvo práce vykonanej za jednotku času nazývame

výkon $P = \frac{W}{t}$.

Pre elektrický výkon v obvode, ktorým prechádza prúd potom vychádza

$$P = \frac{W}{t} = \frac{UIt}{t} = UI; \quad P = \frac{RI^2 t}{t} = RI^2$$

1.

Potenciálna energia telesa padajúceho z výšky

Potenciálna energia telesa, ktoré padá z výšky h nad povrchom Zeme postupne klesá. Počas pádu sa zmenší až na nulovú hodnotu. Rovnako veľkú prácu môže vykonať **gravitačná sila**.

2.

Potenciálna energia elektrického náboja

Ak elektrický náboj prejde vodičom, na ktorom je elektrické napätie U , jeho potenciálna energia sa zmení (klesne) o hodnotu

$$E_p = QU$$

Rovnako veľkú prácu môžu v obvode vykonať **elektrické sily**.

(Pozri poznámku o elektrických silách v článku 4.3)

Výkon prúdu vo vodiči

Poznámka

Príkon spotrebiča

Takto vyjadrený výkon je **príkon spotrebiča** – výkon elektrického prúdu v spotrebiči – nie však výkon variča alebo iného spotrebiča. Nie celý príkon sa využije na konanie užitočnej práce – vieme zo skúsenosti, ako niektoré spotrebiče zbytočne ohrievajú svoje okolie. Výkon, s ktorým spotrebič pracuje (napr. perie alebo melie kávu), býva preto spravidla oveľa menší.

$$1 \text{ kW} = 1\,000 \text{ W}$$

$$1 \text{ MW} = 1\,000\,000 \text{ W}$$

Jednotky práce vypočítanej zo známeho výkonu

$$1 \text{ Ws} = 1 \text{ J}$$

Jednotkou elektrického výkonu je watt (W).

V praxi sa používajú násobky kilowatt (kW) a megawatt (MW).

Pre energiu $E = UIt$, ktorú v elektrickom obvode dodávame spotrebičom, používame jednotku wattsekunda (Ws).

$$Ws = W \cdot s = \frac{\text{J}}{\text{s}} \cdot s = \text{J} \quad \text{a jej násobky}$$

wattsekunda	1 Ws = 1 J
watthodina	1 Wh = 3 600 Ws = 3 600 J
kilowatthodina	1 kWh = 1 000 Wh = 3 600 000 Ws = 36 000 000 J
megawatthodina	1 MWh = 1 000 kWh = 1 000 000 Wh

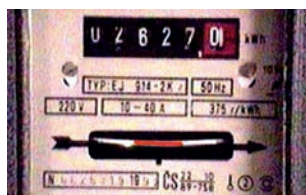
Úlohy

Skontrolujte vaše domáce spotrebiče a nájdite na ich štítkoch údaje o ich príkone. Pomocou hodínok sa pokúste zistiť koľko energie spotrebuje vysávač, žehlička pri bežnom žehlení alebo práčka. (Pozor: niektoré, najmä tepelné spotrebiče majú termostat napr. žehlička, ktorý ich odpája od siete, ak sú zohriate na správnu teplotu a potom ich opäť pripojí, keď ich teplota klesne.)

4.11 Koľko zaplatíme za energiu?

Ako si obstarávame energiu?

Do našich bytov sa energia dostáva z vonkajších zdrojov v niekoľkých formách. Pri varení a na vyhrievanie bytov často používame elektrickú energiu a energiu, ktorá vzniká spaľovaním zemného plynu. Nezanedbateľné množstvo energie sa prenáša do bytov ústredným kúrením a diaľkovými rozvodmi teplej vody.



Na počítadle **elektromeru** je zobrazený okamžitý stav – doteraz sme zo siete odobrali 2 627,0 kWh energie.

Elektrická energia prichádza do našich bytov cez elektrický rozvod z elektrárne. Samozrejme, že nie zadarmo – treba za ňu platiť, a preto musíme mať zariadenie, ktoré dodanú energiu meria. Prístroj, ktorý to dokáže, sa nazýva **elektromer**.

Základom elektromeru je jednoduchý elektromotorček. Jeho os sa otáča tým rýchlejšie, čím väčší prúd prechádza spotrebičmi, ktoré sú práve pripojené k elektrickým zásuvkám. Sústavou ozubených prevodov sa otáčanie prenáša na mechanické počítadlo otáčok. Počítadlo je nastavené tak, aby sa automaticky prepočítavalo počet otočení osky motorčeka na zodpovedajúce hodnoty energie. Na osi motorčeka býva pripevnený kovový disk s červenou značkou. Otáčanie disku indikuje, že elektromerom prechádza prúd.

Úloha

Pomocou elektromera odmerajte energiu, ktorú spotrebuje vaša žehlička pri jednoodhodinovom žehlení. (Nezabudnite, že do úvahy môžeme vziať len ten čas, v ktorom žehličkou prechádza prúd (obvykle svieti kontrolka).

Môžete si vybrať aj iný spotrebič, napr. ponorný varič, kanvicu, mixér,...

V predchádzajúcom článku sme uviedli vzťahy pre elektrický výkon v obvode a zároveň pre príkon spotrebiča, ktorý do obvodu zaradíme.

Príkon bežne používaných elektrických spotrebičov býva vyznačený na štítke spotrebiča. Pomocou známeho príkonu P' , môžeme vypočítať energiu, $E = P't$, ktorú spotrebič získal z elektrickej siete v určitom časovom intervale t .

Tak napr. žehlička, ktorá má na štítke uvedený príkon $P' = 800 \text{ W}$, odoberie a premení na teplo po jednoodhodinovom žehlení z elektrickej siete energiu

$$E = 800 \text{ W} \cdot 1 \text{ h} = 800 \text{ Wh} = 0,8 \text{ kWh}$$

Ak nám teda elektrárň účtuje za energiu zaznamenanú elektromerom sadzbu $0,126 \frac{\text{€}}{\text{kWh}}$, zaplatíme za energiu dodanú žehličke pri hodinu trvajúcim žehlením sumu $0,800 \text{ kWh} \cdot 0,126 \frac{\text{€}}{\text{kWh}} \approx 0,101 \text{ €}$

Pracujte doma

$$P' = UI$$

$$E = P't$$

$$P' = 800 \text{ W}, \quad t = 1 \text{ h}$$

$$E = 800 \text{ W} \cdot 1 \text{ h} = 800 \text{ Wh}$$

Poznámka

Energiu, odobranú z elektrickej siete spotrebičom, ktorý bol pripojený k zásuvke počas t sekúnd, vieme už teraz určiť dvoma spôsobmi:

- Meraním pomocou elektromeru – zistíme stav počítadla pred zapnutím a po vypnutí spotrebiča.
- Výpočtom zo vzťahu $E = P't$, do ktorého dosadíme za t čas a za príkon P' hodnotu, ktorú prečítame na štítke prístroja.

Hodnoty príkonu P' , ktoré stanovuje výrobca, môžu sa od skutočnej hodnoty odchyľovať o niekoľko percent. Uvážme, prečo je presnejšia hodnota energie, odmeraná pomocou elektromeru.

Úloha

Koľko energie sa využije pri ohreve a koľko sa „stratí“?

- Rozpamätajte sa ako ste sa naučili vypočítať a v jednotkách joule vyjadriť teplo potrebné na zohriatie vody zo začiatkovej teploty na teplotu varu. Ak ste zabudli, pomôžeme vám – prečítajte si krátke opakovanie, ktoré sme prichystali na konci tohto článku.
Koľko energie potrebujeme na zohriatie vody s hmotnosťou $m = 0,75 \text{ kg}$ zo začiatkovej teploty τ_1 (napr. 18°C), na teplotu τ_2 , pri ktorej bude voda vriieť?
- Použite kuchynský hrniec a ľubovoľný elektrický varič. Ďalšie údaje treba získať meraním, pomocou elektromeru.
- Podľa vzťahov uvedených v závere tohto článku vypočítajte teplo, ktoré potrebujeme na zohriatie vody zo začiatkovej teploty τ_1 (napr. 18°C), na teplotu τ_2 , pri ktorej bude vriieť.
- Porovnajte výsledky výpočtu podľa bodu c) a merania vykonaného podľa bodu b). Pokúste sa vysvetliť rozdiel medzi obidvoma hodnotami.

Vypočítajte, koľko zaplatíte za energiu, ktorú ste spotrebovali na uvarenie čaju.

Preštudujte si

Koľko tepla potrebujete na zohriatie vody?

Fyzikálna konštanta

$$c = 4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$$

sa nazýva hmotnostná tepelná kapacita vody.

Jej číselná hodnota sa rovná práve teplu, ktoré je potrebné na zohriatie jedného kilogramu vody o jeden stupeň Celzia.

Mali by ste sa rozpamätať na to, že vzájomnými súvislosťami práce W , energie E a tepla Q ste sa zaoberali už na základnej škole. Zopakujme si, ako ste sa naučili vypočítať teplo potrebné na zohriatie m kilogramov vody zo začiatkovej teploty τ_z na teplotu τ :

- Ak sa pozrieme do matematicko-fyzikálnych tabuliek zistíme, že na zohriatie vody s hmotnosťou jeden kilogram o jeden stupeň Celzia potrebujeme vždy rovnaké množstvo tepla, 4,18 kJ.
- Na zohriatie m kilogramov vody o jeden stupeň Celzia preto potrebujeme teplo mc .
- V praxi, napr. pri varení čaju, potrebujeme obvykle zohriať m kilogramov vody z teploty τ_z na teplotu τ , teda o hodnotu $(\tau - \tau_z)$. Celkové teplo Q_u , ktoré na to využijeme, vypočítame podľa vzťahu $Q_u = mc(\tau - \tau_z)$.

4.12 Účinnosť ohrevu

V článku 3.10 sme sa zaoberali účinnosťou (η), s ktorou stroj koná mechanickú prácu. Fyzikálna veličina – účinnosť – vyjadruje pomer výkonu stroja k jeho príkonu alebo pomer energie, ktorú sa podarilo pri činnosti stroja využiť na užitočnú prácu, k celkovej energii, ktorú sme do stroja vložili.

Pomocou tejto veličiny môžeme ohodnotiť aj rôzne spôsoby ohrevu, napr. pri meraní, ktoré ste robili podľa návodu v predchádzajúcom článku.

$$\eta = \frac{\text{zúžitkovaná energia}}{\text{dodaná energia}} = \frac{Q_u}{E}$$

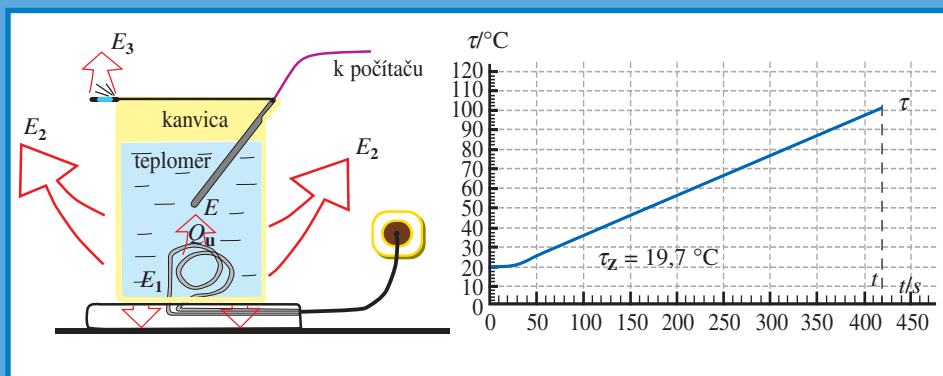
$$\eta = \frac{Q_u}{E} \leq 1$$

Účinnosť (η) spotrebiča energie (nášho variča) nazveme pomer *zúžitkovanej energie* $Q_u = mc(\tau - \tau_z)$ a *dodanej energie* $E = P't$.

Pretože v praxi časť dodanej energie vždy „neužitočne“ zohrieva okolie variča, teplo Q_u nemôže byť nikdy väčšie ako dodaná energia E .

Úloha

Uvarili sme si vodu na čaj v elektrickej rýchlovarnej kanvici s príkonom 800 W, ktorej náčrt je na obrázku. V kanvici je 0,750 kg vody – jej začiatková teplota bola 19,7 °C. Pribeh teploty v závislosti od času je na obrázku vpravo. S akou účinnosťou pracovala kanvica?



Riešenie

Zohrievanie vody závisí od dodávanej energie. Elektrický prúd zo zásuvky prechádza drôtom uloženým vo vyhrievacom teliesku. Vodič sa zohrieva, dodaná energia sa mení na teplo Q ($Q = E$).

Na obrázku je naša predstava o rozdelení dodanej energie E na zužitkovanú energiu – teplo Q_u – a na „straty“ E_1, E_2, E_3 .

Ohrev z teploty $\tau_z = 19,7^\circ\text{C}$ na teplotu varu $t = 100^\circ\text{C}$, trval 420 s. (Pozrite sa, ako sa to dá „vyčítať“ z grafu!). Prúd pritom vykonal prácu (dodal energiu), ktorá je úmerná času t a príkonu P' kanvice.

Energia $E = P't$ dodaná z elektrickej siete sa vo vyhrievacej špirále kanvice javí ako teplo odovzdané vode v nádobe. Všetka energia E odovzdaná vode sa teda rozdelí podľa rovnice

$$E = Q_u + E_1 + E_2 + E_3$$

Ak „pozberáme“ všetky údaje z obrázka, môžeme túto energiu vypočítať:

$$E = P't = 800\text{ W} \cdot 420\text{ s} = 336\,000\text{ Ws} = 336\,000\text{ J} = 336\text{ kJ}$$

V praxi, napr. pri varení čaju, potrebujeme obvykle zohriať m kilogramov vody z teploty τ_z na teplotu τ , teda o hodnotu $(\tau - \tau_z)$. Teplo Q_u , ktoré na to využijeme (pozri článok 4.11), vypočítame podľa vzťahu

$$Q_u = mc(\tau - \tau_z)$$

$$Q_u = 0,75\text{ kg} \cdot 4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} (100 - 19,7)^\circ\text{C} = 0,75 \cdot 4,18 \cdot 80,3\text{ kJ} \approx 252\text{ kJ}$$

Teraz by sme mali získaný vzťah a dva čiastkové výpočty použiť pri výpočte účinnosti kanvice.

$$\eta = \frac{Q_u}{E} = \frac{252\text{ kJ}}{336\text{ kJ}} = 0,75 = 75\%$$

Podľa výsledku nášho výpočtu sa na zohriatie vody využije asi 75 % dodanej energie. Zvyšok, približne 25 %, sa odvádza do okolia nádoby tak, ako to znázorňuje obrázok. Samozrejme, že ani táto energia sa nestráca. Energia nikdy nezaniká, len sa mení na iné formy. Teplo odvedené do okolia nádoby, označené ako zložky energie E_1, E_2, E_3 , sa využije na zvýšenie teploty vzduchu, ktorý obklopuje nádobu.

Úlohy

1. Vypočítajte účinnosť η vášho domáceho variča, ktorý ste použili pri meraní v úlohách v predchádzajúcom článku.
2. Zistite, koľko zaplatíte za 1 kWh odobranej energie. Vysvetlite a vypočítajte aká časť z celkovej finančnej sumy vynaloženej pri zobrazenom pokuse s kanvicou sa využije na varenie a aká časť sa spotrebuje na vyhrievanie okolia kanvice.
3. Naplánujte podobný experiment s plynovým varičom. Vypočítajte účinnosť variča a urobte rovnakú finančnú kalkuláciu ako pri aktivite v článku 4.11. Uvážte a vysvetlite, ktorý varič je hospodárnejší. (Pozri aj poznámku na konci článku.)

Na grafe:

Priebeh teploty v závislosti od času, $\tau = \tau(t)$, snímaný teplotným senzorom a zaznamenaný na počítači.

Keď označíme

P' – elektrický príkon kanvice

E – energia dodaná zo siete

$$E = P't$$

Q_u – teplo zužitkované na ohrev

E_1, E_2, E_3 – energie rozptýlené do okolia variča (pozri obrázok).

E_1 – teplo odvedené do

podložky kanvice

E_2 – teplo odvedené stenami nádoby

E_3 – teplo odvedené parou

Pri zhorení jedného kubického metra zemného plynu sa uvoľní energia

$$E = 33,5 \cdot 10^6\text{ J} = 33\,500\text{ MJ}$$



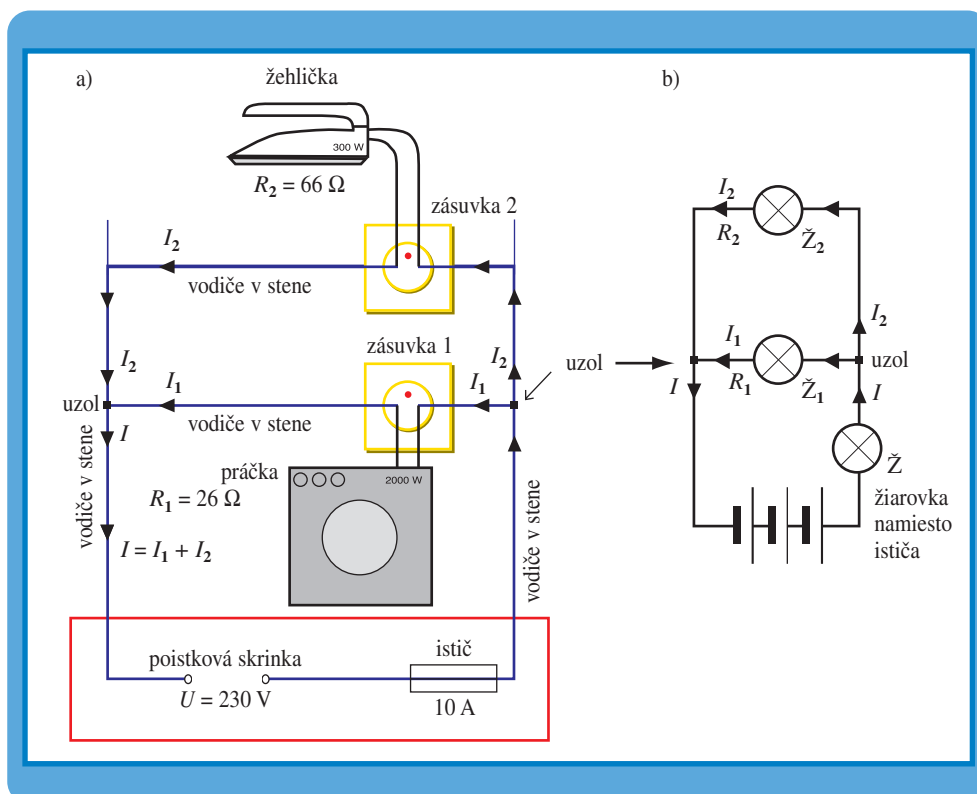
Pohľad na počítadlo plynomeru. Zobrazený je aktuálny stav – doteraz sme z plynového rozvodu odobrali 564,592 m³ zemného plynu.

Zemný plyn (alebo v niektorých lokalitách sviatplyn), ktorý sa v mnohých prípadoch využíva na varenie ale často aj na vykurovanie bytu, sa do našich domácností dostáva potrubným rozvodom. V domácnosti sa plyn spaľuje a tak sa uvoľňuje energia, ktorá je v ňom skrytá. V bytoch máme inštalované meracie prístroje – plynomery, na ktorých môžeme zistiť koľko m³ plynu zhorelo pri použití variča.

4.13 Rozvetvený elektrický obvod

Na obrázku je znázornená každodenná situácia v domácnosti. Sieť medených vodičov, ističov, elektrických zásuviek a k nim pripojených spotrebičov vytvára **rozvetvený elektrický obvod, zložený zo sústavy vetiev a uzlov**. (Pozri aj článok 4.8.)

Problém:
Prečo nemôžeme naraz
prat' aj žehliť?



Ide o zjednodušenú schému časti elektrického rozvodu v malom byte – napr. v garsónke. Vstupná časť, označená napätím ($U = 230 \text{ V}$) býva niekedy umiestnená spolu s elektromerom na chodbe pred bytovými dverami. V byte potom sú umiestnené ističe (alebo v starších bytoch tepelné poistky).

Úloha ističa

Úlohou ističa je automaticky odpojiť bytovú časť elektrického rozvodu (napr. elektrické zásuvky a vodiče uložené v stene) od vonkajšej siete v prípade, že prúd prechádzajúci vodičmi v byte prekročí určitú stanovenú hodnotu (na obrázku je to 10 A). Význam to má najmä z hľadiska požiarnej bezpečnosti. Vodiče uložené v stenách majú určitý prierez. Čím je tento prierez menší, tým skôr sa začne vodič zahrievať ak ním prechádza príliš veľký prúd. Pri dlhšie trvajúcom prúdom

zaťaženie sa vodič môže zahriať natoľko, že sa roztaví, alebo dokonca pri vysokej teplote môže byť zdrojom bytového požiaru.

Hodnota, na ktorú je istič nastavený teda súvisí s inštaláciou elektrického rozvodu v byte. Tejto hodnote zodpovedá prierez vodičov, ktoré sa pri inštalácii použili. Zodpovedá jej aj istič – nastavený je tak, aby odpojil bytový rozvod od siete pri takom prúde, pri ktorom by už mohlo k opísanej katastrofickej situácii dôjsť.

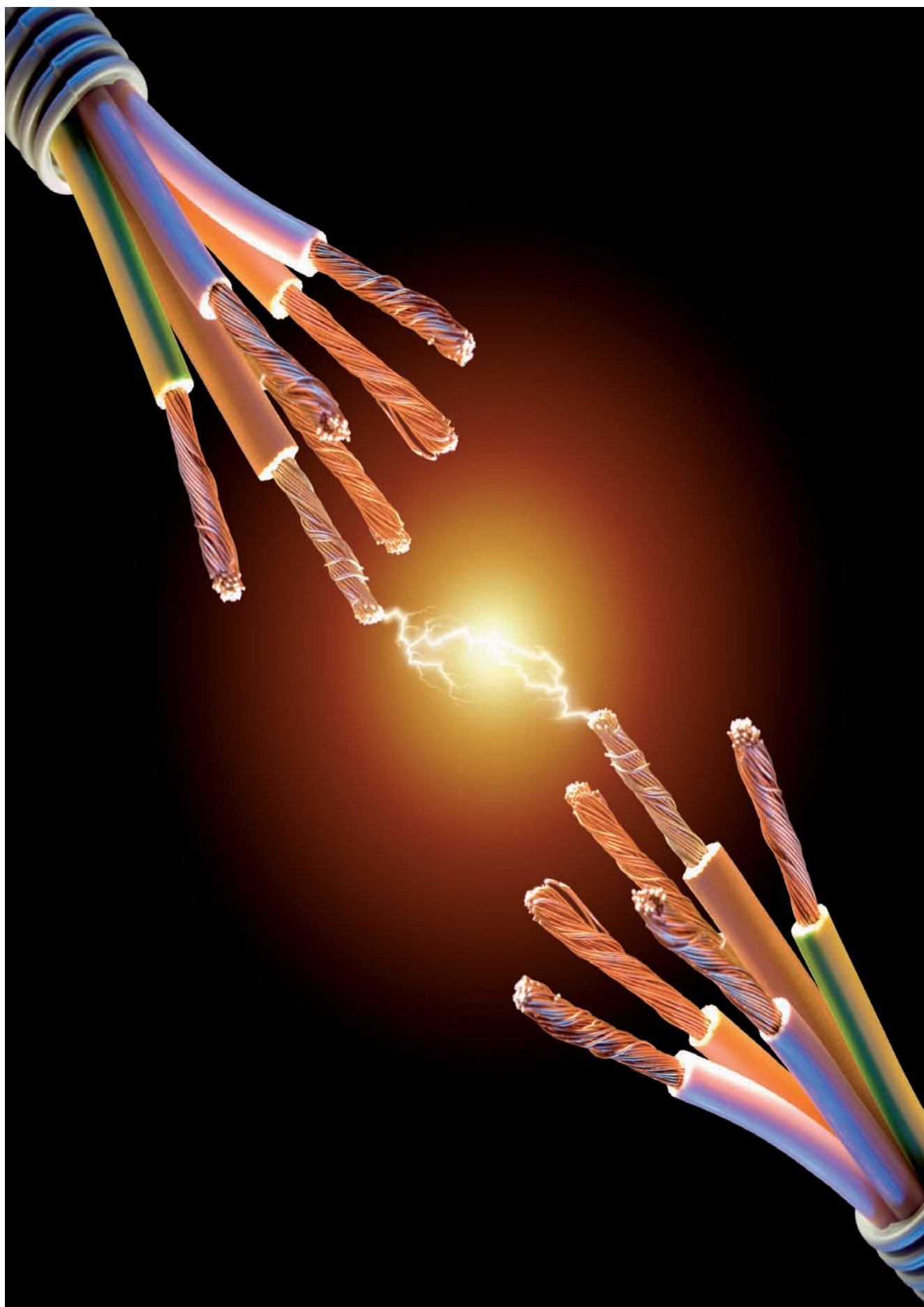
V domácnostiach pribúdajú nové spotrebiče, s nemalým príkonom. Tak napr. práčka pracuje pri zohrievaní vody s príkonom približne 2 000 W. Ak máme práčku pripojenú na elektrickú zásuvku s napätím 230 V a použijeme vzťah pre príkon $P' = UI$, ktorým sme sa zaoberali v článku 4.10, zistíme, že prírodnými vodičmi prechádza prúd

$$I = \frac{P'}{U} = \frac{2000 \text{ W}}{230 \text{ V}} \approx 8,69 \text{ A}$$

Ak teraz k ďalšej zásuvke pripojíme paralelne ďalší spotrebič, ktorým pri jeho činnosti prechádza prúd 1,31 A alebo väčší, istič by mal obvod prerušiť.

Úlohy

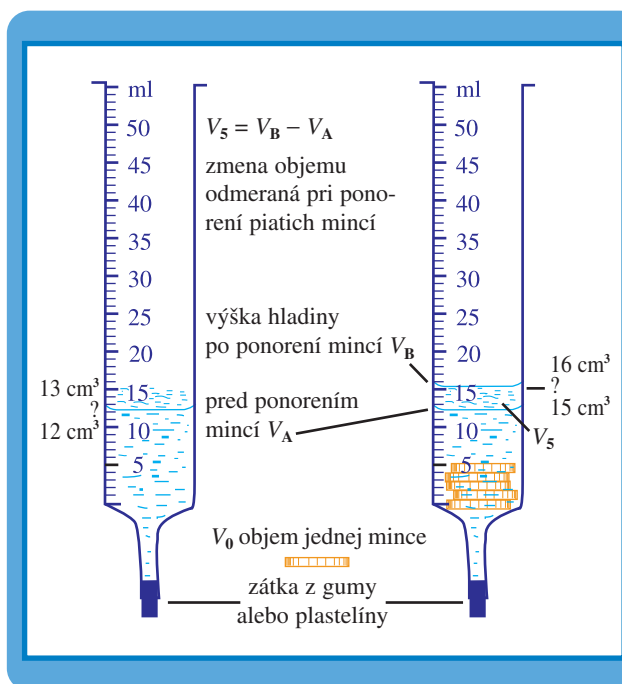
1. Chceme si kúpiť novú práčku, ale zistíme, že prúd, ktorý ňou bude prechádzať bude väčší, ako hodnota prúdu, pri ktorej vypína náš istič. Rozhodneme sa zakúpiť a inštalovať nový istič, ktorý vypína pri vyššej hodnote prúdu. Vysvetlite, v čom je naša úvaha nesprávna a aké môže mať dôsledky.
2. Vedeli by ste navrhnúť riešenie predchádzajúceho problému? Asi by nebolo lacné a vyžiadalo by si aj zásahy do bytovej inštalácie.
3. Pozrite sa na ističe alebo poistky vo vašom byte a pokúste sa zistiť, ktoré elektrické zásuvky istia. Uvážte, ktoré z vašich elektrických spotrebičov nemôžete používať súčasne.
4. Nakoniec vyriešte úlohy z obrázka v úvode článku. Je zobrazená kombinácia domácich spotrebičov použiteľná?



5. Návrhy a príklady aktivít

5.1 Aký objem má minca?

Na obrázku je znázornené meranie objemu V_0 mince pomocou injekčnej striekačky, ktorú používame namiesto odmerného valca.



Na stene nádoby je stupnica – každý jej dielik zodpovedá objemu 1 cm^3 . Ak teda máme v striekačke piest a posunieme ho medzi hodnotami označenými napr. 13 a 16, zo striekačky vytečie cez otvor (ihlu) tekutina s objemom

$$V = 16 \text{ cm}^3 - 13 \text{ cm}^3 = 3 \text{ cm}^3.$$

Stupnica na injekčnej striekačke sa podobá stupnici nášho milimetrového meradla, o ktorom už vieme, že meria s obmedzenou presnosťou. Každé meranie polohy hladiny je zaťažené chybou $\pm 0,5 \text{ cm}^3$. Každá odmeraná hodnota objemu (rozdiel hladín) bude zaťažená chybou $\pm 1 \text{ cm}^3$.

Injekčná striekačka ako odmerný valec

Všimnime si, že vďaka tejto vlastnosti našej striekačky – odmerného valca – budeme mať problémy s meraním malých objemov. Teleso s pomerne malým objemom, ktorý máme odmerať je napríklad objem V_0 kovovej mince.

Aby sme zmenšili chybu merania jednotlivých mince, meriame objem viacerých (n) mincí a hľadáme hodnotu V_0 potom stanovíme ako aritmetický priemer.

Otvor striekačky je utesnený zátkou, napr. plastelínou.

Príklad

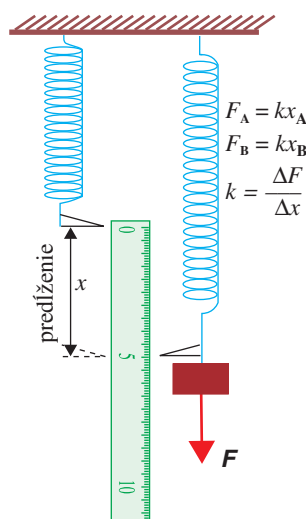
Pokus s piatimi rovnakými mincami.

objem piatich mincí	chyba merania	zápis výsledku merania (V_0 – objem jednej mince)	relatívna chyba merania
$V_5 = 3 \text{ cm}^3$	$\pm 1 \text{ cm}^3$	$5 V_0 = 3 \text{ cm}^3 \pm 1 \text{ cm}^3$ $V_0 = \frac{3 \text{ cm}^3}{5} \pm \frac{1 \text{ cm}^3}{5} = 0,6 \text{ cm}^3 \pm 0,2 \text{ cm}^3$	$\delta = \frac{0,2 \text{ cm}^3}{0,6 \text{ cm}^3} \approx 0,3 \approx 30 \%$

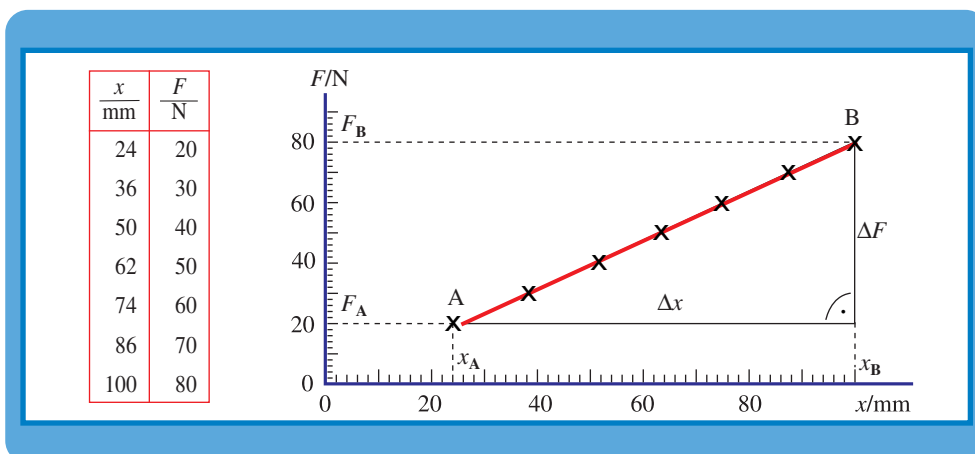
Poznámky

- Pri meraní sa spravidla nevieme rozhodnúť, ku ktorému z dvoch susedných čiarok stupnice máme priradiť hodnotu objemu V_A , ktorá prislúcha výške hladiny. Tak sa dopúšťame chyby približne $\pm 0,5 \text{ cm}^3$. Po vložení telesa (5 rovnakých mincí) sa výška hladiny zdvihne na hodnotu V_B , ktorá je opäť zaťažená chybou $\pm 0,5 \text{ cm}^3$. V najmenej priaznivom prípade sa obidve chyby sčítajú, a preto každý odmeraný objem $V = V_B - V_A$ je zaťažený celkovou chybou $\pm 1 \text{ cm}^3$.
- Merania v tabuľke sme vykonali s odmerným valcom (injekčnou striekačkou) so stupnicou delenou na dieliky, z ktorých každý zodpovedá jednému mililitru ($1 \text{ ml} = 1 \text{ cm}^3$). Nie všetky odmerné valce majú takto delené stupnice. Ak použijeme odmerný valec so stupnicou s dielikmi 2 ml, budú všetky merania objemu zaťažené chybou tejto hodnoty ($\pm 2 \text{ cm}^3$).
- Metóda, ktorú sme použili pri našich meraniach sa vzťahovala na objemy predmetov, ktoré sú celkom rovnaké (čo pre mince platí). Ak sa táto metóda použije pre iné telesá, ktoré sa môžu čiastočne líšiť (napr. pomaranče, obilné zrnká a pod.), **odmeraná vlastnosť predstavuje priemernú hodnotu meranej vlastnosti predmetu** (objemu, hmotnosti, dĺžky,...).

5.2 Merajte závislosť pružnej sily od predĺženia pružiny



Na obrázku je znázornené meranie sily $F = F(x)$, napínajúcej pružinu, v závislosti od jej predĺženia x . Cieľom merania je stanovenie hodnoty veličiny k – **tuhosti pružiny**.



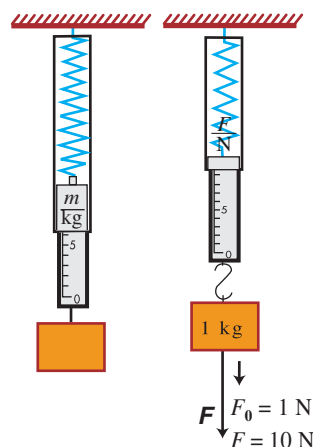
Experimentálne skúmanie vlastností pružiny – meranie závislosti $F = F(x)$, veľkosti sily F od predĺženia x pružiny. Tuhosť pružiny k odmeriame ako sklon priamky v sústave súradnicových osí x, F .

1. Ako by ste vysvetlili význam veličiny tuhosť pružiny k ?
2. Meraním na grafe určte tuhosť pružiny na obrázku. Návod na meranie je priamo v obrázku.
3. Na obrázku sme vykonali 7 meraní dvojíc x, F . Nevystačili by sme s jednou dvojicou?
4. Obstarajte si vlastnú pružinu a odmerajte jej tuhosť.
5. Ako by ste postupovali, ak by ste dostali za úlohu zhotoviť si vlastný silomer?

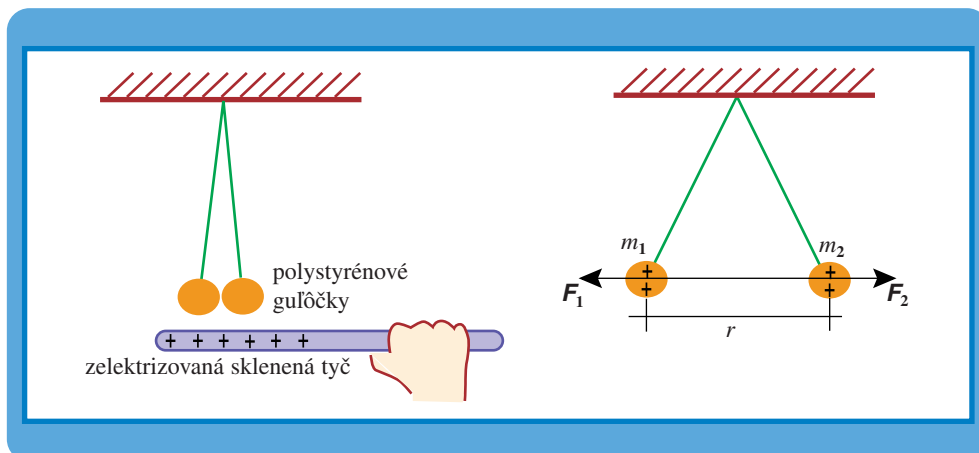
5.3 Gravitačná sila predlžuje pružinu silomeru

Na obrázku sú dva pružinové silomery so zavesenými závažiami. Odpovedajte na otázky a vysvetlite:

- Na každom silomere je značka inej veličiny. Silomer je prístroj na meranie sily alebo na meranie hmotnosti?
- Na obidve závažia pôsobí na povrchu Zeme gravitačná sila. Súvisí hmotnosť m telesa s gravitačnou silou F_g , ktorá naň pôsobí? Poznáme vzťah, v ktorom by vystupovali obidve veličiny súčasne?
- Zostrojte graf závislosti, ktorá zobrazuje vzťah medzi hmotnosťou m (vodorovná os) a silou F (zvislá os).
- Vysvetlite, prečo by graf zostrojený podľa bodu c) mal mať priamkový tvar a mal by prechádzať začiatkom sústavy súradníc s osami m , F .
- Odmerajte sklon grafu zostrojeného podľa bodu c) v súradnicovej sústave osí m , F .



5.4 Elektrická sila



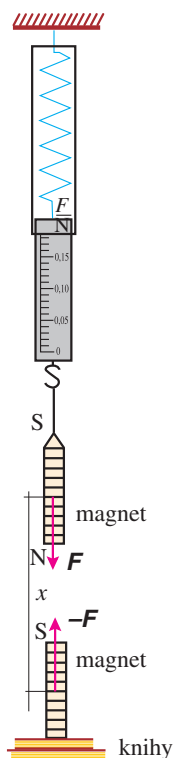
Experiment s elektrickými silami

Pomôcky

Polystyrénové guľôčky, tenká niť, tyče z rôznych materiálov (napr. sklo, ebonit, plast,...), ping-pongové loptičky, balóniky, ...

- Urobte experiment znázornený na obrázku. Z polystyrénu si urobte dve guľôčky a zaveste ich na niť s dĺžkou približne 20 cm. Zelektrizujte sklenenú tyč – napr. tak, že ju budete trieť suchým papierom alebo látkou a potrite ňou jednu a potom druhú guľôčku. Očakávaný výsledok je na obrázku vpravo.
- Opakujte experiment s tyčami z iného materiálu – napr. z ebonitu alebo plastu (nemusia to byť len tyče – môžu mať aj iný tvar).
- Skúste upravený experiment, napr. s ping-pongovými loptičkami, s nafukovacími balónikmi alebo s kovovými guľkami.
- Naplánujte a vykonajte experiment upravený tak, aby sa guľôčky priťahovali. (Zrejme nevystačíme so sklenenou tyčou.)

5.5 Magnetická sila pôsobiaca medzi dvoma magnetmi



Pomôcky

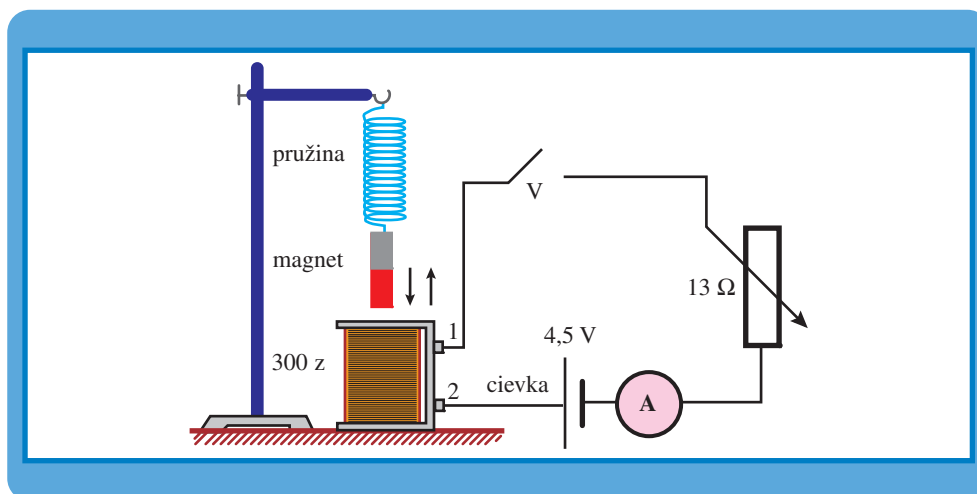
Pružina, silomer, magnety (aspoň 2 x 4 neodymové tabletky alebo iné feritové magnety), stojan na zavesenie magnetu, niekoľko tenších kníh na podloženie, niť na zavesenie magnetu.

Niektoré magnety majú konce farebne označené. S akými vlastnosťami magnetu súvisí obvyklé označovanie?

- Ako vyzerá a načo sa používa kompas?
- Ako sa správa tyčový magnet, ktorý voľne zavesíme s pozdĺžnou osou vo vodorovnej polohe?
- Vedeli by ste označiť (napr. fixkou) severný pól magnetu?
- Od čoho závisí veľkosť a smer síl, ktorými na seba pôsobia dva magnety?
- Čo sa stane, ak pri zobrazenom experimente obrátíme jeden z magnetov o 180° ?

5.6 Magnetická sila pôsobiaca medzi cievkou a magnetom

Ako na seba pôsobia magnet a cievka, ktorou prechádza prúd?



Pomôcky

Pružina, silomer, magnet (napr. 4 feritové tablety), stojan s háčikom, cievka zo školského rozkladného transformátora (300 závitov), ampérmeter, reostat (napr. $10\ \Omega$, $50\ \Omega$,...), batéria 4,5 V, vodiče.

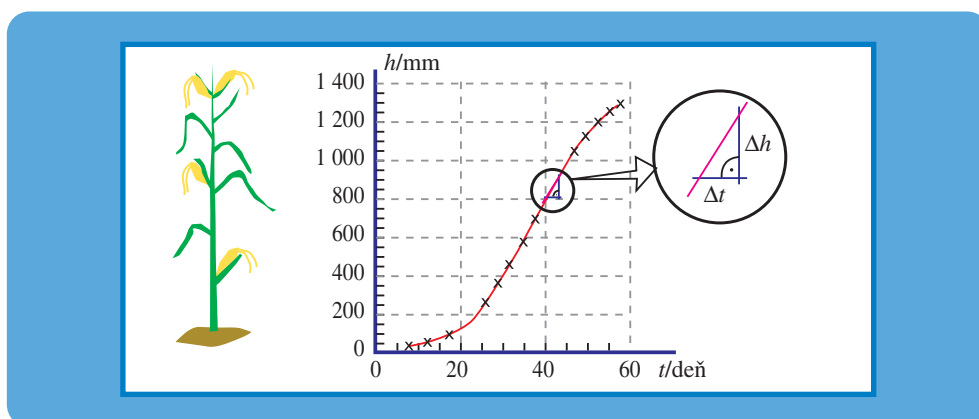
Zostavte experiment podľa schémy na obrázku. Pokúste sa predpovedať čo sa stane

- pri zapnutí a vypnutí vypínača,
- pri zmenách prúdu v obvode (docielime ich posúvaním jazdca reostatu v schéme vpravo),
- pri vzájomnej výmene vodičov na svorkách 1, 2 cievky.

Presvedčte sa, či vaše predpovede zodpovedajú skutočnosti. Každé z pozorovaní zapíšte a vysvetlite.

5.7 Ako rastie rastlina

Aký pohyb koná vrchol rastliny?



Graf znázorňuje život jednej rastliny – kukurice – v priebehu jej vegetačného obdobia. Každý tretí deň sme merali jej výšku h . Hodnoty dvojíc (t, h) , času t (v jednotkách deň) a výšky h (v jednotkách milimeter) sme zaznamenávali do tabuľky a do grafu. Vrchol rastliny sa stále pohyboval smerom nahor, ale nie stále rovnakým tempom.

Rast kukurice v priebehu vegetačného obdobia

t deň	h mm	Δh mm
8	20	
11	33	13
14	54	21
17	86	31
20	128	43
23	186	58
26	260	74
29	350	90
32	454	104
35	568	114
38	688	120
41	807	119
44	921	114
47	1 024	103
50	1 111	87
53	1 184	73
56	1 240	56
59	1 282	42

Úlohy

- Vysvetlite, v ktorých časových obdobiach rástla rastlina zrýchlene a kedy sa jej rastu darilo najlepšie.
- Vedeli by ste stanoviť čas, od ktorého sa začal jej vývoj spomaľovať?
- Našli ste aj (aspoň krátke) obdobie, v ktorom by sme mohli rast rastliny považovať za rovnomerne prebiehajúci dej?
- Pomocou predstavy o „zmene“, ktorú sme označili Δ a symbolom veličiny (s alebo h) sme opisovali pohyb bicyklistu alebo rast rastliny. Mohli by sme pomocou tejto predstavy o zmene Δ vlastnosti deja, opísať aj priebeh iných dejov?

Riešte nefyzikálnu úlohu s využitím fyzikálnych metód:

Analyzujte graf $h = h(t)$, výšky h rastliny v závislosti od času t .

Pri skúmaní môžete použiť aj počítač s funkciou „Scan“ – (Výsledky merania sú na DVD v súbore „Rastlina01“ (C6lite). V tabuľkách a v grafoch sú zmeny Δh označené ako Dh).

5.8 Analyzujte vývoj populácie v dvoch krajinách

Ako sa mení počet obyvateľov krajiny v závislosti od času?

Ako by sme to opísali prostriedkami, ktoré používa fyzika?

Zvoľte si časový interval, napr. $\Delta t = 20$ rokov.

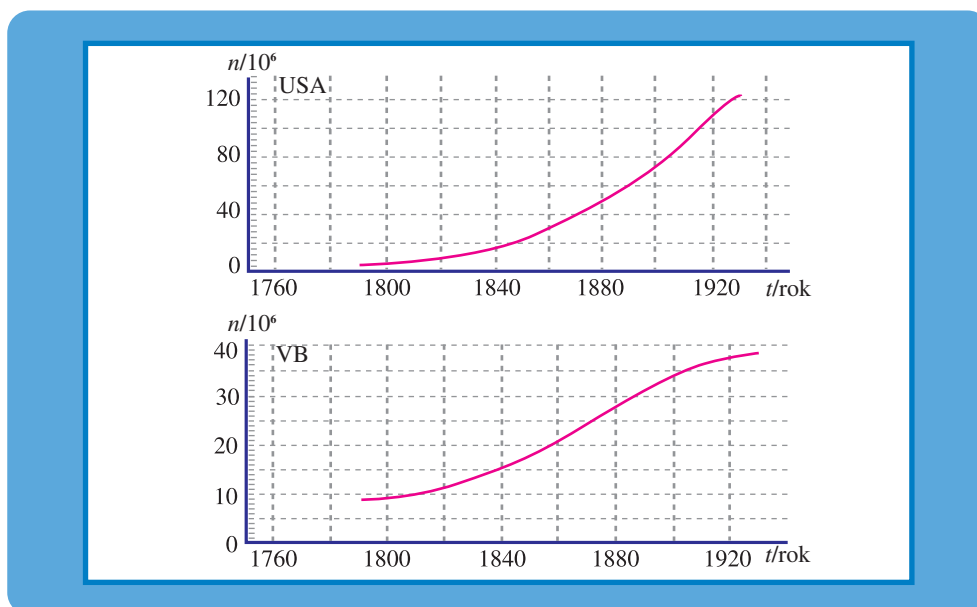
Merajte zmeny Δn počtu obyvateľov za jednotlivé dvadsaťročia.

Uvážte, v ktorých obdobiach by sa narastanie počtu n obyvateľov dalo považovať za zrýchlené a kedy za spomalené.

Obrázky znázorňujú ako v závislosti od času prebiehajú dva „nefyzikálne“ deje, ktoré v období rokov 1750 až 1930 prebiehali vo Veľkej Británii a v USA. Grafy porovnávajú populačný vývoj v oboch krajinách. V závislosti od času t sa mení počet n obyvateľov krajiny.

Pokúsme sa tieto deje skúmať tak, ako to robíme vo fyzike s pohybom.

Graficky zobrazený populačný vývoj v rokoch 1750 až 1930 v dvoch krajinách – hore USA, dole Veľká Británia.



Poznámky

Zmeny dráhy alebo rýchlosti pri pohybe lyžiara alebo automobilu majú svoje fyzikálne príčiny. Teraz sme znázornili deje, pri ktorých sa mení počet obyvateľov $n = n(t)$ v dvoch krajinách, v určitom časovom období. Podobne aj zmeny v počte obyvateľov majú svoje príčiny v spoločenskej oblasti. Pokúste sa ich vyhľadať a niekoľkými vetami vysvetliť, prečo sa narastanie počtu obyvateľov v určitom období „zrýchľuje“ alebo naopak „spomaľuje“.

Grafy porovnávajú populačný vývoj v dvoch krajinách – Veľkej Británii a USA v období rokov 1750 až 1930. Mali by sme si všimnúť vplyv rozdielnych podmienok. Vo Veľkej Británii sa v poslednom znázornenom období zmenšuje počet možností obživy. V USA je koncom znázorneného obdobia ešte dostatok priestoru – osídľujú sa relatívne prázdne priestory na západe krajiny. Skúste sa o príčinách „zrýchľovania“ alebo „spomaľovania“ rastu porozprávať s vašim učiteľom histórie.

Napriek tomu, že ide o pohyb v spoločnosti, použili sme pri zbere a zápise údajov a ich matematickom vyjadrení (graf) postupy, ktoré sú známe z fyziky. Podobne ako vo fyzike sme pri opise deja použili názvy, ktorými opisujeme pohyb – pohyb zrýchlený, rovnomerný, spomalený.

Úlohy

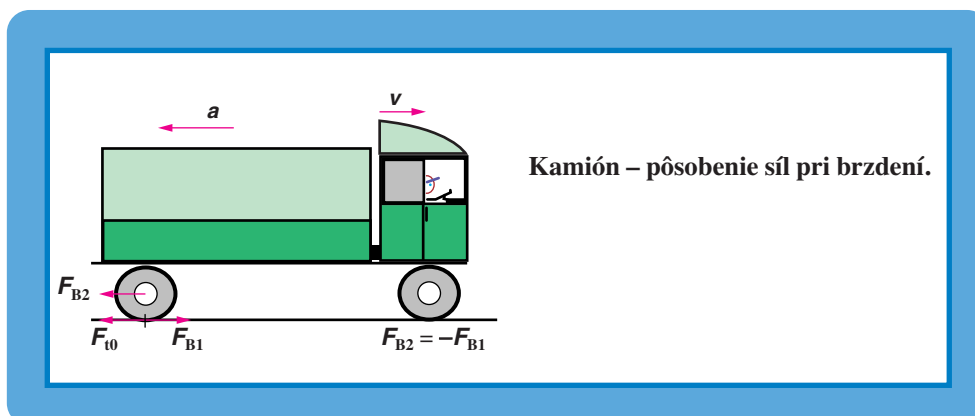
„Rýchlosť“ zmeny populácie:

$$v = \frac{\Delta n}{\Delta t}$$

Napíšte krátky referát o tom, ako sa dá fyzikálnymi prostriedkami opísať vývoj spoločnosti. Navrhujeme použiť aj pojmy neobvyklé vo fyzike, ako napr.: nedostatok pracovných príležitostí, osídľovanie západných častí severnej Ameriky v deväťnástom storočí, rýchlosť nárastu počtu obyvateľov a ďalšie, ktoré si sami vymyslíte. Pri analýze spoločenských dejov použite grafy.

Grafy zobrazujúce vývoj populácie v USA a Veľkej Británii sú v programe C6lite v súbore „PopulUSAGB01“. Ku každému z grafov vyhľadajte závislosť $v = v(t)$, ktorú by sme mohli nazvať „rýchlosť“ zmeny populácie.

5.9 Simulácia prejazdu automobilu križovatkou



Na obrázku je kamión, ktorý sa blíži ku križovatke po vedľajšej ceste a mal by dať prednosť autám, ktoré by mohli prechádzať po hlavnej ceste. Preto už vo vzdialenosti 80 m pred križovatkou brzdí tak, aby jeho rýchlosť na križovatke neprekročila 20 km·h⁻¹. Na brzdový pedál nemôže tlačiť ľubovoľnou silou. Pri brzdení pôsobí koleso na cestu silou F_B , ktorá je orientovaná v smere pohybu. Veľkosť brzdnej sily nesmie prekročiť veľkosť sily statického trenia F_{t0} – v opačnom prípade by sa koleso po ceste neodvažovalo ale šmykalo.

Kamión pred križovatkou brzdí

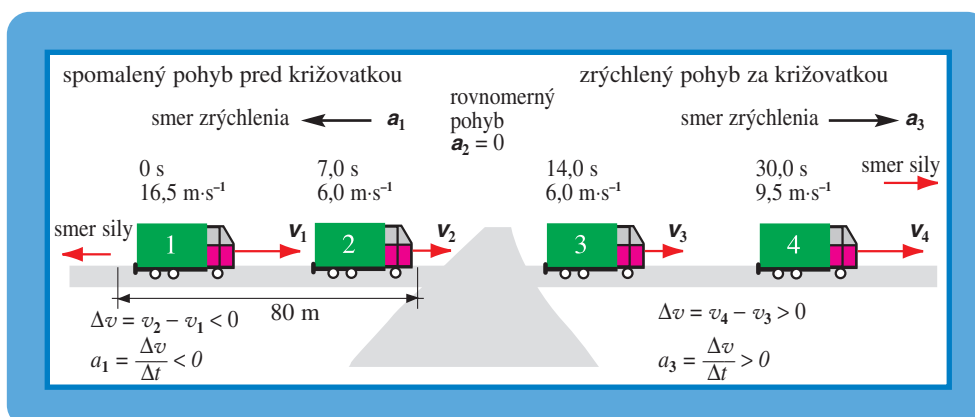
Brzdná sila sa prejaví pôsobením kolesa silou F_{B1} na cestu.

Maximálna sila, ktorou môže pôsobiť cesta na koleso, je sila statického trenia F_{t0} . Jej veľkosť závisí od koeficientu f_0 statického trenia $F_{t0} = f_0 mg$

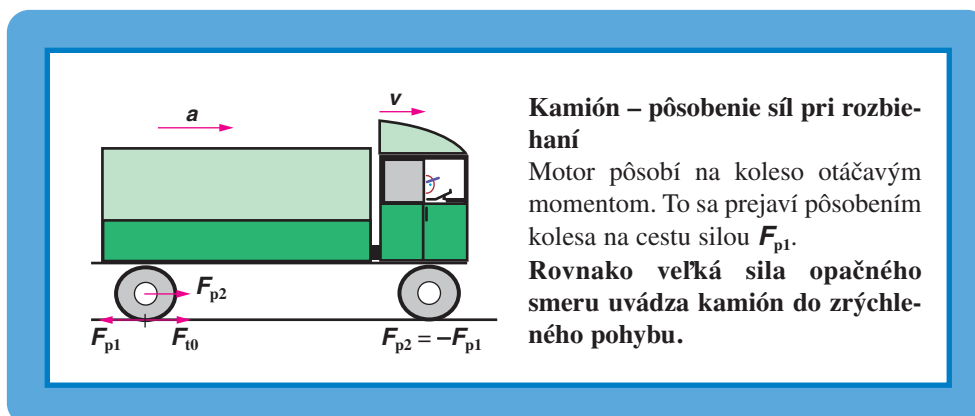
Sila F_t šmykového trenia za pohybu je vždy menšia, ako sila F_{t0} šmykového trenia v pokoji.

$$F_{t0} \geq F_t$$

Ak sa kolesá pri brzdení prestanú odvažovať a dostanú sa do šmyku, brzdenie je oveľa menej účinné.



Na obrázku hore: Kamión pri brzdení pred križovatkou a pri rozbiehaní za križovatkou.



Kamión – pôsobenie síl pri rozbiehaní

Motor pôsobí na koleso otáčavým momentom. To sa prejaví pôsobením kolesa na cestu silou F_{p1} .

Rovnaká veľká sila opačného smeru uvádza kamión do zrýchleného pohybu.

Za križovatkou sa kamión rozbieha

Maximálna sila, ktorou môže pôsobiť cesta na koleso, je opäť sila statického trenia F_{t0} .

Ak sa kolesá pri rozbiehaní prestanú odvažovať a prešmykujú sa, automobil sa takmer nepohybuje.

Možno by nás zaujímalo, aká by musela byť brzdiaca sila F_1 , keby mal kamión pred križovatkou zastať, alebo ako by musel brzdiť, keby jeho začiatková rýchlosť bola väčšia ako na obrázku uvedená hodnota $16,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Odpovede na také alebo aj ďalšie otázky vyžaduje nové riešenie. „Klasické“ výpočty vyžadujú veľa času. V takom prípade je výhodné použiť počítačovú simuláciu. Využite túto možnosť – vymyslite si niekoľko úloh tohto druhu a riešte ich na počítači v programe EXCEL súbor „KamionKriz“.

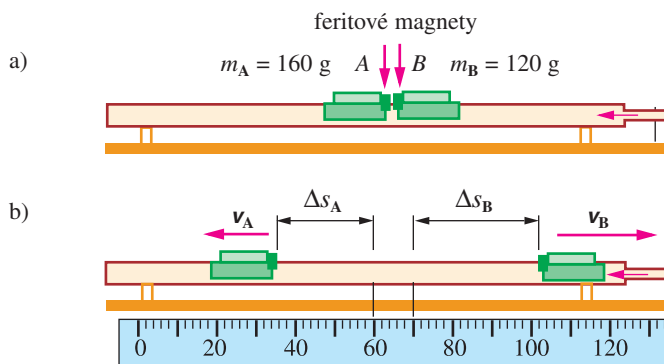
Pri simulácii treba meniť hodnoty premenných vyznačené červenou farbou

Premenná veličina	Značka/jednotka	Číselná hodnota	Program umožňuje graficky znázorniť zrýchlenie, rýchlosť a dráhu kamiónu pri rôznych podmienkach. Spôsob, akým simulované hodnoty zadávame do tabuľky je v súbore „KamionKriz“ (EXCEL).
hmotnosť kamióna	m/kg	20 000,00	
gravitačné zrýchlenie	$g \text{ (m/s}^2\text{)}$	9,80	
začiatková rýchlosť pred brzdením	$v_1 \text{ (km/h)}$	80,00	
tlak na brzdový pedál (1 až 10)	k_1	9,00	
koeficient statického šmykového trenia	f_0	0,80	
začiatková rýchlosť za križovatkou	$v_3 \text{ (km/h)}$	5,00	
tlak na plynový pedál za križovatkou	k_3	5,00	

5.10 Experimentálne overenie zákona zachovania hybnosti

Mali by sme sa v podmienkach, ktoré pripravíme v laboratóriu presvedčiť, že je splnený zákon zachovania hybnosti, s ktorým sme sa oboznámili v časti 2.24. Preto navrhujeme vykonať overovací experiment znázornený na obrázku.

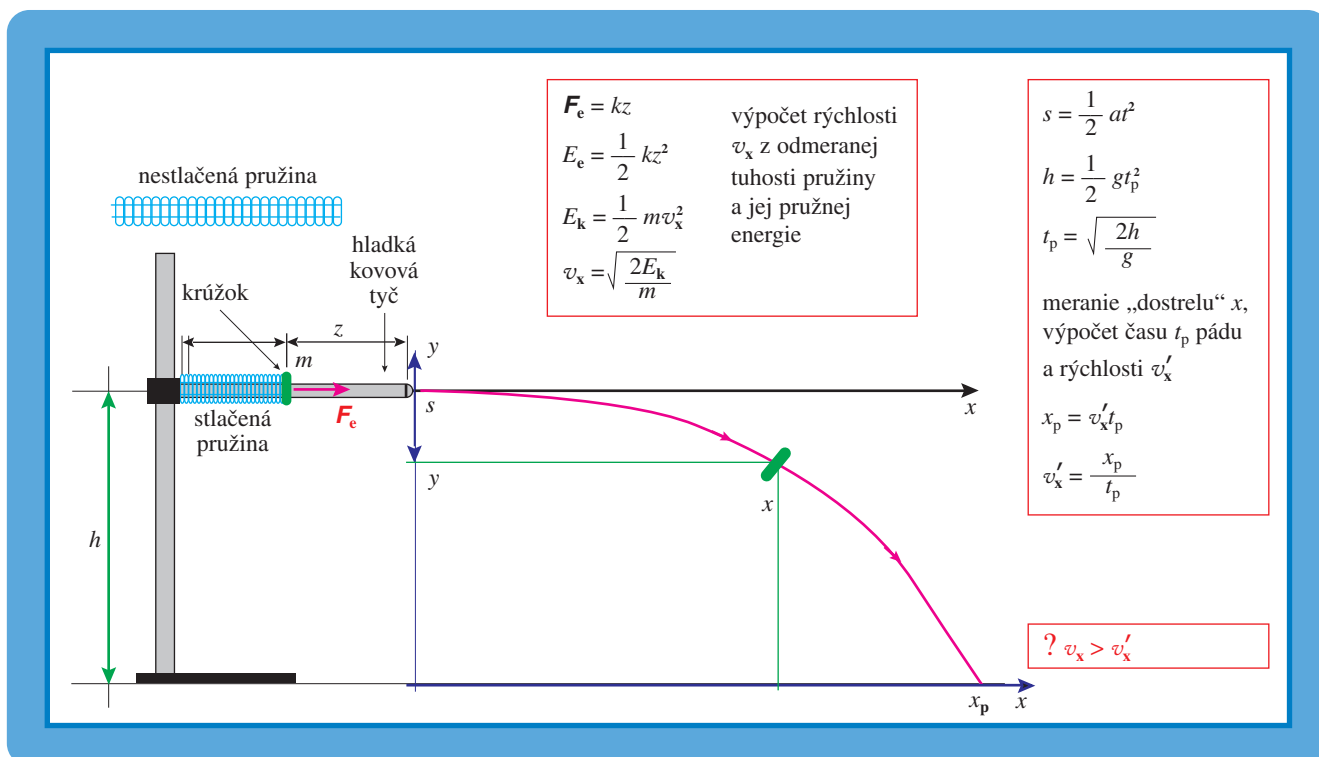
- Dva klzáky vzduchovej dráhy alebo vagóniky s pripevnenými feritovými magnetmi na koľajničkách. Magnety sú obrátené tak, aby sa klzáky navzájom odpuzovali.
- Po uvoľnení nadobudnú klzáky rýchlosti v_A , v_B a ďalej sa pohybujú rovnomerným pohybom.



Plánujte a vykonajte experiment.
Spracujte výsledky a vysvetlite, do akej miery sa vám overenie zákona podarilo.

Experiment môžeme urobiť na vzduchovej dráhe, ale rovnako môžeme v školských podmienkach použiť súpravu vozíčkov. Môžeme sa ho pokúsiť urobiť aj doma, napr. vtedy, keď máme model železničnej trate s vagónikmi so zanedbateľne malým trením. Trenie by malo byť tak malé, aby sme mohli zanedbať zmenu ich rýchlostí na dráhe niekoľkých centimetrov. Merať treba hmotnosti vozíčkov a ich rýchlosti, ktoré dosiahnu vzájomným silovým pôsobením sprostredkovaným magnetmi.

5.11 „Strelba“ z pružinového kanóna



Kanón nabíjame stlačením pružiny. Na konci pružiny je ľahký krúžok (prstenec) z drôtu alebo plastu. Po uvoľnení sa potenciálna energia pružiny zmení na kinetickú energiu E_k letiaceho krúžka. Krúžok sa pohybuje rovnomerne v smere osi x a zároveň padá pozdĺž osi y . Pohyb v smere osi x trvá len tak dlho, pokiaľ krúžok padá (t_p – čas pádu, ktorý vieme vypočítať).

Skúmame premeny energie pri „strelbe“ z pružinového kanóna. Namiesto návodu prinášame obrázok. Cieľom je stanoviť rýchlosť, ktorou sa krúžok pohyboval vo vodorovnom smere dvoma spôsobmi:

Porovnajte rýchlosti v_x a v'_x stanovené dvoma spôsobmi a vysvetlite prečo by sa mohli líšiť.

1. Meraním tuhosti pružiny, jej pružnej energie a stanovením kinetickej energie.

Merajte a vypočítajte:

- potenciálnu energiu pružnosti stlačenej špirály (potrebujeme určiť tuhosť k pružiny),
- kinetickú energiu letiaceho krúžka (potrebujeme poznať jeho hmotnosť m),
- rýchlosť v_x krúžka vo vodorovnom smere.

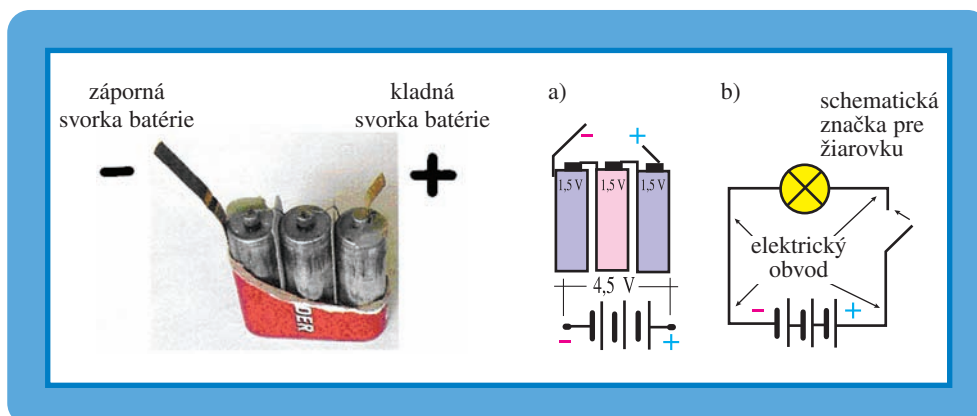
2. Meraním „dostrelu“ kanóna a výšky, z ktorej krúžok padá.

Merajte a vypočítajte:

- dolet x_p krúžka a čas t_p jeho pádu z výšky h ,
- rýchlosť v'_x krúžka vypočítanú z merania dostrelu x .

5.12 Ako funguje elektrický obvod?

Ako funguje batéria?



Čo sa dá nájsť v 4,5 V batérii – tri monočlánky spojené sériovo.

- Tri monočlánky, každý s napätím 1,5 V, spojené sériovo (za sebou).
- Schematicky znázornený elektrický obvod ručného svietidla. Po uzavretí obvodu naznačeným vypínačom, prechádza obvodom prúd.

Pomôcky

Batéria v plochom puzdre, žiarovka, spojovacie vodiče, voltmeter.

Zdrojom elektrického napätia môže byť napr. monočlánok. Batéria v plochom puzdre na obrázku bude asi zložená z viacerých monočlánkov. Mali by sme ju preskúmať,

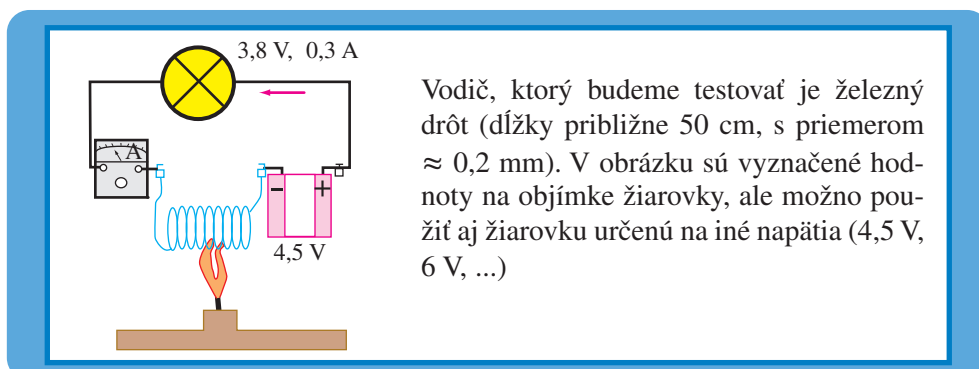
- zistiť aké je napätie jednotlivých monočlánkov,
- ako sú monočlánky v batérii pospájané a
- ako ich spojenie súvisí s výsledným napätím batérie.

Otvorte puzdro vašej ručnej lampy a preskúmajte, kde sa v ňom nachádzajú jednotlivé prvky obvodu, vyznačené v schéme – *svorky na pripojenie batérie, batéria, vypínač, žiarovka*. Možno máte ručné svietidlo s dvoma monočlámkami spojenými do série – aké je potom celkové napätie batérie? Nakreslite schému zapojenia takého svietidla.

Záver – odpovede na otázky

- Sčítajú sa napätia monočlánkov pri ich sériovom spojení?
- Aké je napätie jedného článku?
- Aké celkové napätie má batéria?

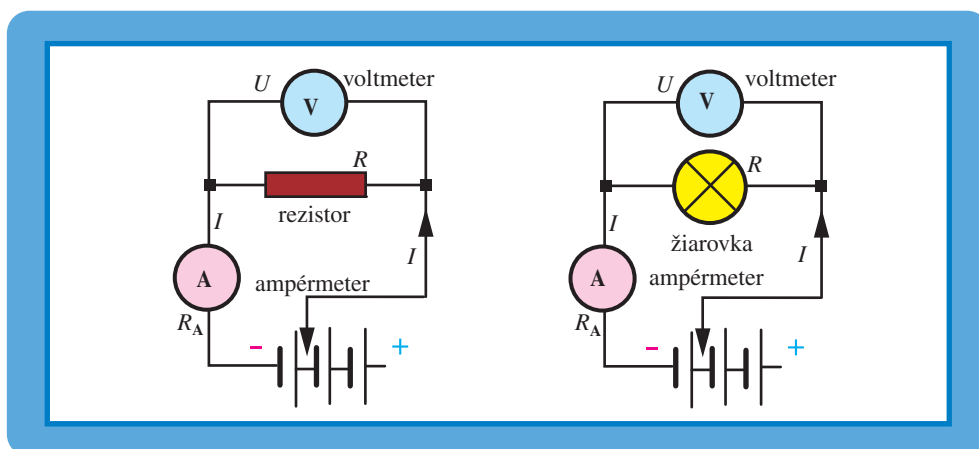
5.13 Overte hypotézu: „Prúd v kovovom vodiči závisí od teploty.“



Závisí prúd prechádzajúci vodičom od jeho teploty?
Ako sa mení prúd v závislosti od teploty vodiča?
Ako sa v závislosti od teploty mení vlastnosť, ktorú sme nazvali elektrický odpor vodiča?

5.14 Zostavte elektrický obvod a odmerajte odpor rezistora

Rozdeľte sa do skupín. Polovica skupín bude merať odpor rezistora a druhá polovica odpor vlákna žiarovky.



Meranie troch hodnôt odporu rezistora a žiarovky. Napätie meníme zmenou polohy krokosvorky na sériovo spojených monočlánkoch plochej batérie s napätím 4,5 V.

Meranie odporu rezistora pomocou voltmetra (meria napätie U na svorkách rezistora a je k nemu pripojený paralelne) a ampérmetra (meria prúd I prechádzajúci rezistorom a je s ním spojený sériovo).

Použite rezistor s vyznačeným odporom $10\ \Omega$ a žiarovku na 4,5 V alebo 3,8 V.

Merajte prúd a napätie na rezistore (alebo na žiarovke) pri troch napätiach zdroja a odmerané hodnoty zapíšte do tabuľky. Z dvojíc I , U v troch riadkoch tabuľky vypočítajte elektrický odpor R rezistora alebo žiarovky.

Postup a spracovanie údajov

	napätie na rezistore	prúd prechádzajúci rezistorom	odpor rezistora	napätie na žiarovke	prúd prechádzajúci žiarovkou	odpor žiarovky
i	U/V	I/A	R/Ω	U/V	I/A	R/Ω
1						
2						
3						

Uvažujte a hľadajte odpovede

Mohli by sme uvažovať aj opačne?
Prečo vlastne svieti žiarovka? Zahrieva sa vodič, ak ním prechádza prúd?
Pokúste sa takú predstavu odôvodniť pomocou modelu pohybu elektrónov v kovovom vodiči v článku 4.3.

Znova si prečítajte to, čo sme v článku 4.2 zistili o závislosti prúdu a odporu vodiča od teploty vodiča. Tam sme dospeli k záveru o zmenách prúdu spôsobených zahrievaním vodiča vonkajším zdrojom.

- Uvážte, či merania na rezistore sú v súlade s Ohmovým zákonom.
- Porovnajzte výsledky, ktoré ste dostali pri meraní odporu rezistora s hodnotami z merania na žiarovke.
- Vysvetlite rozdielne výsledky odporu, ktoré ste dostali pri meraní odporu žiarovky pri rôznych hodnotách prúdu, ktorý žiarovkou prechádzal.
- Merali ste odpor žiarovky vo všetkých troch prípadoch pri rovnakých podmienkach? Menili sa počas vašich troch meraní vlastnosti vlákna žiarovky?

Úlohy

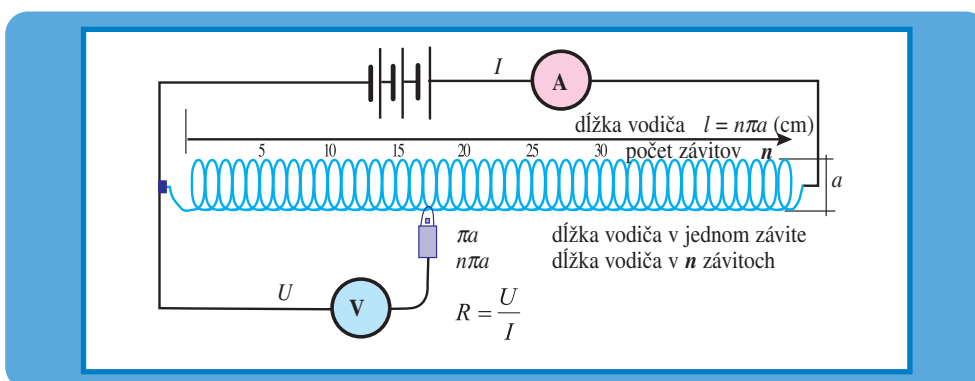
1. Vypočítajte elektrický odpor R rezistora, ktorým prechádza prúd 0,5 A, ak sme na jeho svorkách namerali napätie 4 V. (Nezabudnite si nakresliť schému zapojenia.)
2. Pri inom meraní sme ten istý rezistor pripojili k inému zdroju napätia. Teraz sme na svorkách rezistora odmerali napätie 2 V. Uvážte, ako by ste odhadli, aký prúd bude prechádzať rezistorom pri tomto napätí.

5.15 Ako závisí elektrický odpor vodiča od jeho dĺžky?

Návrh merania

Ako závisí elektrický odpor vodiča od jeho dĺžky?

Pripravte experiment na stanovenie závislosti odporu R vodiča – drôtu s kruhovým prierezom, od jeho dĺžky l .



Pomôcky

Batéria 4,5 V, železný vodič s dĺžkou do 3,5 m s priemerom $\approx 0,2$ mm, ampér-meter, voltmeter, ceruzka, krokosvorka, spojovacie vodiče, svorky na zavesenie drôtu.

Príprava merania

Aby sme pri experimente nemuseli pracovať s vodičom dĺžky niekoľkých metrov, navinieme ho na ceruzku a potom z nej stiahneme. Tak vznikne skrutkovica so závitmi, ktoré majú priemer a (naša skrutkovica mala závit s priemerom 8 mm a mali sme ju upevnenú tak, aby jej dĺžka bola 40 cm).

Zápis a spracovanie údajov

Pri zápise a spracovaní údajov potrebujeme tabuľku (pozri pravé horné okno na nasledujúcom obrázku), do ktorej budeme zapisovať hodnoty n – počtu závitov, l – dĺžky vodiča v n závitoch, U – napätia, ktoré sme na dĺžke l vodiča odmerali, I –

prúdu, ktorý vodičom prechádza a nakoniec odporu, ktorý vypočítame ako podiel $\frac{U}{I}$ odmeraných hodnôt. Na kreslenie grafu v sústave s osami l , R je vhodný papier s milimetrovou sieťou.

Pri meraní treba polohu krokosvorky meniť a úsek vodiča, na ktorom meriame, postupne zväčšovať napr. o 10 alebo 15 závitov. Odmerané hodnoty n , U zapisujeme do tabuľky a body zobrazujeme na milimetrovom papieri.

Ak použijeme súbor *R-I01* (C6-lite) nachádzajúci sa na študijnom DVD, zadávame tieto hodnoty do tabuľky ručne, vždy po kliknutí myšou na šípku v zelenom terčíku na hornej lište. Postupne sa automaticky vykresľujú body grafu so súradnicami l , R .

Zhrnutie

- Výsledky merania by mali dať odpoveď na otázku „ako závisí elektrický odpor vodiča od jeho dĺžky“, ktorú sme si položili v úvode. Pokúste sa takú odpoveď sformulovať!
- V úvode tohto článku sme spomenuli, že elektrický odpor vodiča (napr. drôtu) by mohol závisieť aj od plošného obsahu S prierezu vodiča.

Postup spracovania údajov, ktorý sme opísali na začiatku, vyžaduje veľa času. Časovo úspornejší spôsob, lepšie zodpovedajúci súčasnosti, je počítačové spracovanie údajov.

Po zápise odmeraných hodnôt do tabuľky (počet závitov n a napätie U , ktoré sme na nich namerali), sa v tabuľke automaticky objavujú vypočítané hodnoty dĺžky l a odporu R . (pozri obrázok). Body s týmito súradnicami sa opäť bez nášho zásahu zobrazujú v ľavom hornom okne.

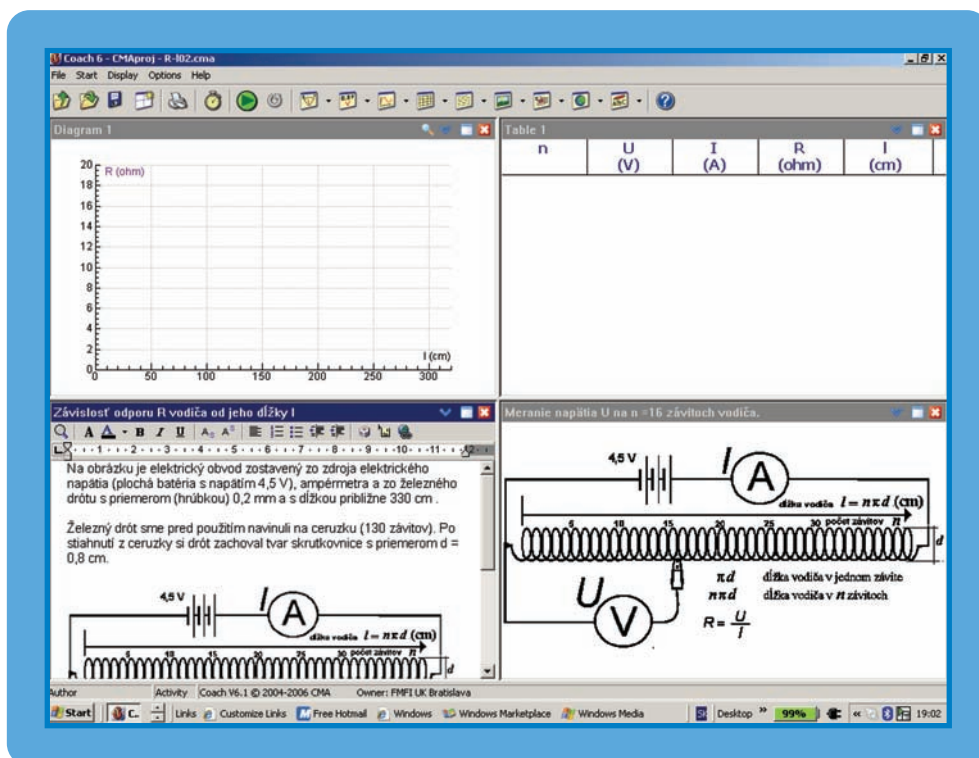
Postup merania

Po naplánovaní a realizácii ďalších meraní by sme zistili, že pre vodič s dĺžkou l a plošným obsahom prierezu S platí vzťah

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

Spracovanie údajov na počítači

Na obrázku je ukážka zadania a spracovania údajov v súbore *R-I01* (C6lite).



Súbor *R-I01* pripravený na meranie. Tabuľka, do ktorej budeme zapisovať odmerané hodnoty n , U (počet n závitov, ku ktorým sme pripojili voltmeter a napätie U odmerané na tomto úseku) je v pravom hornom okne.

Úlohy

1. Vysvetlite, aký mal váš experiment výsledok a čo z neho vyplýva pre hľadanú závislosť odporu R od dĺžky l vodiča. Oboznámte s vašimi výsledkami vášho učiteľa a triedu.
2. Riešte úlohu: Aké napätie pripadá na jeden závit vašej skrutkovice? Aké napätie pripadá na 30 závitov?
3. Aký odpor pripadá na jeden meter dĺžky vášho vodiča? Ako to zistíte na grafe, ktorý vám počítač nakreslil?

5.16 Regulátor napätia a jeho praktické využitie

Problém

1. Na batériu s napätím 4,5 V potrebujeme pripojiť žiarovku (na objímke má údaj 4,5 V) tak, aby sme mohli regulovať jej svietivosť.
2. Na tú istú batériu treba pripojiť elektromotorček (na 3 až 6 V) tak, aby sme mohli meniť jeho otáčky.

Úloha

Navrhnete regulovateľný zdroj napätia, pripojený na batériu 4,5 V.

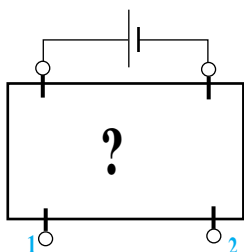
Pomôcky

Voltmeter, vodiče, žiarovky 3,8 V; 4,5 V; 6,0 V, 2 batérie 4,5 V, skrutkovica zo železného drôtu (z článku 4.3), elektromotorček na pohon hračiek (na 3 V až 6 V).

Zostrojte si model žeriava
napr. zo stavebnice LEGO
alebo Merkur.



Elektromotorček určený na pohon detských hračiek. Os motorčeka sme predĺžili pomocou prázdnej rúrky náplne guľôčkového pera. Niť navinutú na oske budeme potrebovať, keď budeme modelovať vlastnosti elektrického žeriava.



Na obrázku vľavo je schéma „čiernej skrinky“. Vieme, že na jednej strane k nej môžeme pripojiť zdroj elektromotorického napätia – napr. plochú, suchú batériu s napätím 4,5 V.

Chceme docieľiť, aby na druhej strane, medzi svorkami 1, 2 bolo premenné napätie, ktoré môžeme regulovať – meniť.

Postup

- Nakreslite schému na obrázku „čiernej skrinky“ tak, aby vznikol návrh regulovateľného zdroja od 0 V do 4,5 V.
- Pokúste sa zostrojiť regulovateľný zdroj napätia s pomôckami, ktoré si sami vyberiete.
- Presvedčte sa, že zo svoriek 1 a 2 sa dá odoberať nastaviteľné napätie.
- Použite regulovateľný zdroj napätia na pohon motorčeka a na napájanie žiarovky. Ako vyriešite problém, regulovateľnosti napätia na motorčeku až do hodnoty 6 V?

Zostrojte regulovateľný zdroj napätia a overte jeho funkciu.

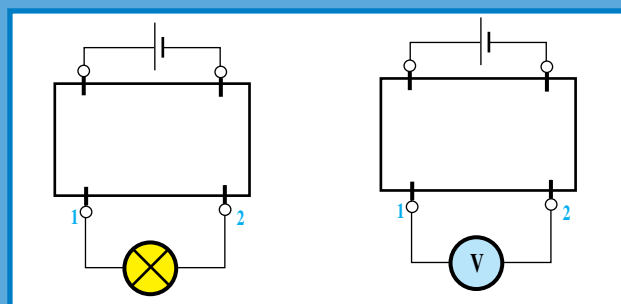


Schéma zapojenia pri overovaní činnosti regulátora napätia.

- Vypracujte písomnú správu o konštrukcii regulátora napätia a vysvetlite aká je súvislosť medzi účinkami zdroja a počtom závitov, z ktorých odoberáme napätie.
- Informujte ostatných o vašom projekte a ukážte ako pracuje zariadenie, ktoré ste zostavili.

Vyhodnoťte všetky projekty v triede. Pokúste sa ich zoradiť podľa kvality. Váš výber odôvodnite!

Zhrnutie

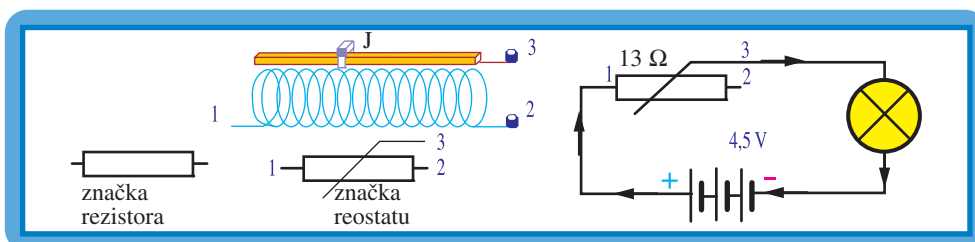
Poznámka

Reguláciu napätia potrebujeme veľmi často: Regulátor napätia slúži napr. na nastavenie hlasitosti magnetofónu alebo rádioprijímača alebo jasú televíznej obrazovky. Pokúste sa nájsť ďalšie príklady zariadení, ktoré by mohli podobný spôsob regulácie využiť.

5.17 Urobte si reostat

Pozrite sa do matematicko-fyzikálnych tabuliek a zoradte v poradí podľa ich *rezistivity* ρ (v starších tabuľkách sa používal pre veličinu ρ názov *merný odpor*) vodiče zhotovené z *hliníka, železa, medi, striebra, olova*.

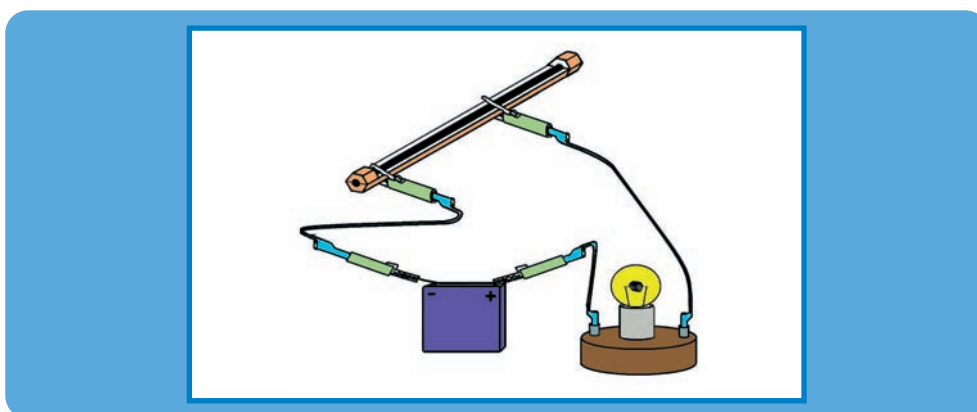
Aká je rezistivita ρ rôznych kovov?



Reostat a jeho zapojenie v obvode

- Uvážite, aký drôt (z uvedených materiálov) by ste si vybrali na konštrukciu reostatu. Vysvetlite, prečo by ste pravdepodobne uprednostnili železný drôt.
- Obstarajte si železný drôt s dĺžkou približne 1 m a s priemerom do 0,5 mm. Naviňte ho na valček z nevodivého materiálu (papier, porcelán, drevo, sklo,...) tak, aby sa jednotlivé závit navzájom nedotýkali. Potom zostavte obvod so žiarovkou, podľa obrázka. Namiesto jazdca vášho reostatu použite krokosvorku. Pri regulácii prúdu v obvode by sa mal jas žiarovky meniť.
- Uvážite, ako sa od seba navzájom líšia vlastnosti reostatov, pri ktorých sme navinuli rovnaký drôt (z rovnakého materiálu, s rovnakou dĺžkou a priemerom) na valce s rôznymi priermi. Súvisí to nejakou s možnosťou regulovať prúd „jemnejším“, alebo „hrubším“ spôsobom?

5.18 Urobte si reostat z ceruzky



Pomôcky

Potrebuje mierne upravenú ceruzku, krokosvorku, plochú batériu (4,5 V) a žiarovku (napr. 4,5 V; 0,3 A).

Presvedčte sa, že jas žiarovky sa mení pri posúvaní krokosvorky pozdĺž tuhy.

Reostat zhotovený z tuhy ceruzky. Tuha ceruzky je vyrobená z grafitu, ktorého súčasťou je uhlík. Zrejme aj niektoré nekovové látky sú vodiče elektrického prúdu.

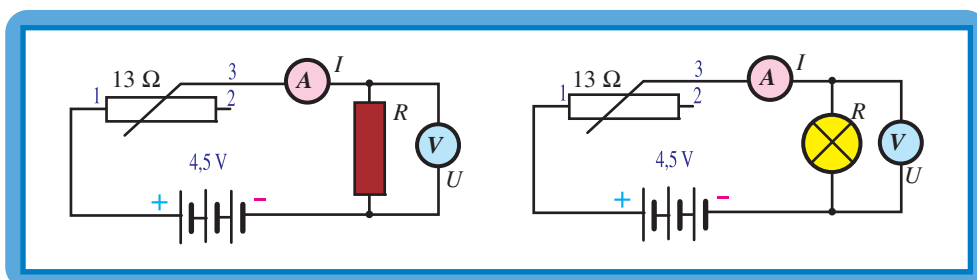
Namiesto rezania celej ceruzky môžete použiť aj samotnú tuhu do plniacej ceruzky (krajón) a pripojiť ju do obvodu pomocou krokosvoriek.

5.19 Zobrazte graf závislosti $U = U(I)$ pre rezistor a žiarovku

Pri posúvaní jazdca reostatu sa podľa zobrazených dvoch schém mení prúd I prechádzajúci rezistorom R , a preto sa mení aj napätie U na svorkách rezistora.

Plánovanie merania

Dva experimenty, pri ktorých sa má preskúmať, ako sa mení napätie $U = U(I)$ na časti obvodu (na rezistore a na horúcom vlákne žiarovky) v závislosti od prúdu, ktorý prechádza obvodom.



Odmeriame viacero hodnôt dvojíc I, U . V sústave súradníc s osami I, U znázorníme body so súradnicami I, U a pokúsime sa nimi preložiť graf funkcie.

- Do každého obvodu zapojíme reostat – rezistor s premenným odporom tak, aby ním prechádzal rovnaký prúd ako meraným rezistorom a ampérmetrom. Ak teraz meníme odpor reostatu, mení sa prúd prechádzajúci meraným rezistorom. Pri každej zmene prúdu I sa zmení aj napätie U na rezistore. Tak dostávame dvojice hodnôt (I, U) , z ktorých vypočítame hodnoty odporu R tak, ako je to naznačené v tabuľke na obrázku na konci úlohy.
- Každé meranie sprevádzajú chyby, nemalo by nás preto prekvapiť, že nie všetky vypočítané hodnoty odporu sa navzájom rovnajú. Mali by sme však hľadať spôsob ako odhadnúť, či odchýlku vypočítanej hodnoty od očakávanej hodnoty odporu spôsobili chyby merania. alebo či ju zapríčinila zmena odporu spôsobená prechádzajúcim prúdom.
- Po vykonaní experimentov by si mali jednotlivé tímy svoje výsledky porovnať a dohodnúť sa, ako odpovedať na otázku, ktorú sme si položili v úvode: „Ostáva odpor rezistora konštantný, keď v obvode meníme prúd?“

Postup a spracovanie odmeraných údajov

Nemali by ste zabudnúť:

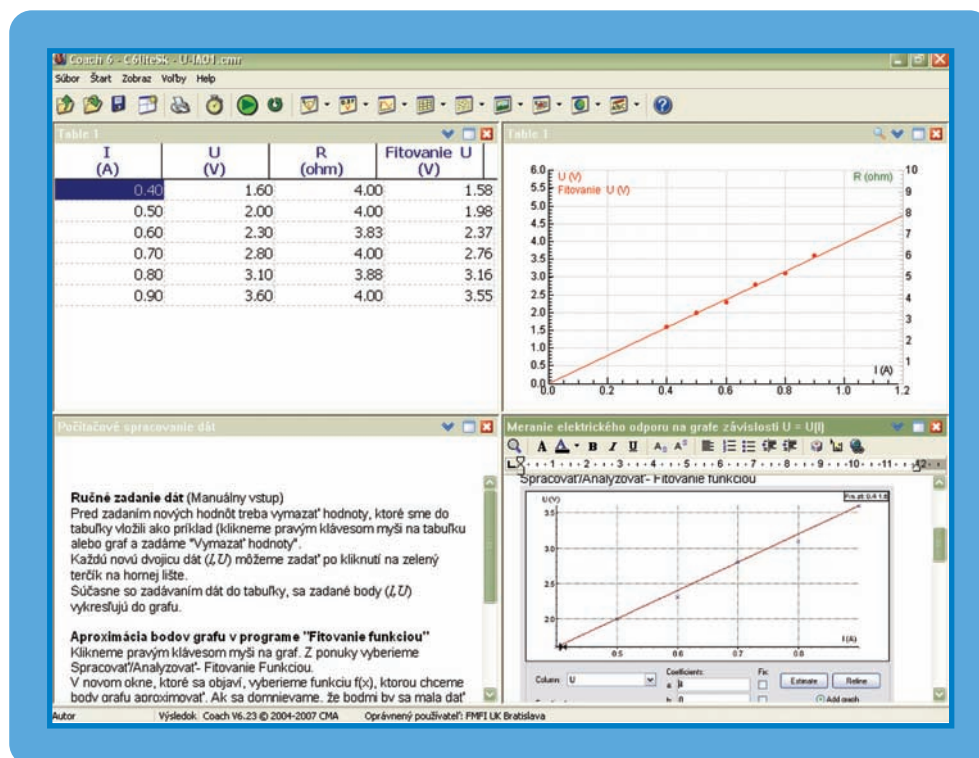
Urobte zoznam potrebných pomôcok. Ak nemáte reostat, urobte si svoj, podľa niektorého návodu v článku.

1. Nakreslite schému zapojenia (ako vzor môžete použiť schému na obrázku).
2. Zostavte elektrický obvod. (Pri experimente podľa obrázka a) odporúčame použiť rezistor s hodnotou $10\ \Omega$. Pri experimente podľa obrázka b) odporúčame použiť žiarovku s vyznačenými hodnotami $4,5\ \text{V}$; $0,3\ \text{A}$.)
3. Nemali by sme zabudnúť, že Ohmov zákon platí pre ustálený prúd – v prípade merania na žiarovke vždy zisťujeme hodnoty I, U až vtedy, keď sa teplota vlákna ustáli na určitej stálej hodnote.
4. Uvážte, aké rozsahy na vašich meracích prístrojoch bude potrebné nastaviť.
5. Urobte najmenej päť meraní dvojíc (I, U) prúdu I a napätia U a zapíšte ich do tabuľky.
6. Zostrojte graf závislosti $U = U(I)$ napätia na rezistore v závislosti od prúdu, ktorý rezistorom prechádza (ešte predtým uvážte, či a prečo očakávate, že graf by mal mať priamkový priebeh).
7. Pre skupinu s rezistorom: Má váš rezistor skutočne tú hodnotu, ktorá je na ňom vyznačená? Presvedčte sa o tom! Uvážte, ako určíte odpor rezistora meraním na vašom grafe.
8. Pre skupinu so žiarovkou: Má vlákno žiarovky odpor, ktorý by sa dal vypočítať z údajov na jej objímke? Ako vyzerá graf závislosti $U = U(I)$?

Niekoľko rád ktoré by ste mohli použiť pri plánovaní a realizácii experimentu.

Výsledky spracujte na počítači v Excelovskom súbore OZ (alebo OZ3x) alebo v súbore U-IA01 (C6lite).

Počítačové spracovanie údajov



Displej počítača so zobrazením súboru U-IA01 v programe C6lite. Súbor je pripravený na spracovanie údajov. Po zápise každej z odmeraných dvojíc prúdu a napätia do tabuľky sa v súradnicovej sústave vpravo hore zobrazí bod so súradnicami I, U .

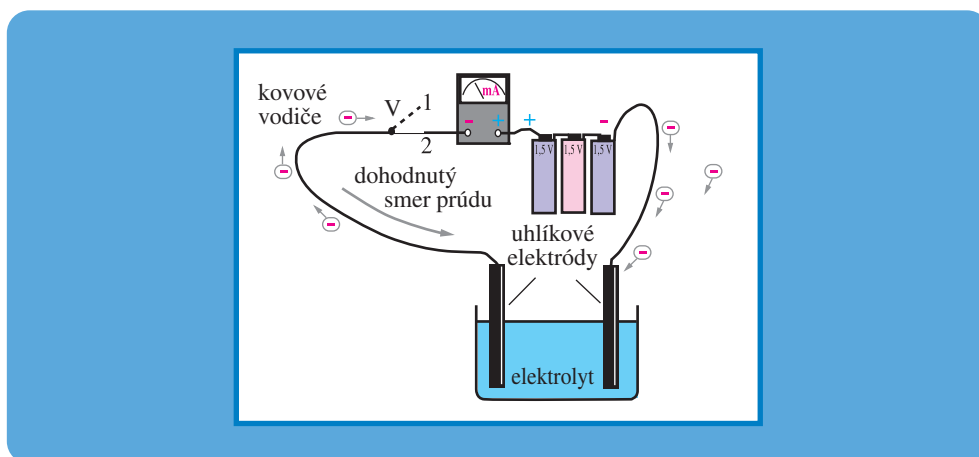
5.20 Skúmajte vedenie prúdu v elektrolyte

Pozrite sa na videozáznam experimentu (klEII01, klEII02 na DVD).



Ak nakvapkáme do destilovanej vody kyselinu sírovú alebo nasypeme lyžičku kuchynskej soli a zamiešame, obvodom začne prechádzať prúd.

Rozdeľte sa do niekoľkých skupín (podľa počtu „experimentálnych súprav“, ktoré máte k dispozícii).



Na začiatku experimentu nalejte do nádoby destilovanú vodu a ponorte do nej rovnaké elektródy – najlepšie uhlíkové. (Tak predídeme chemickým reakciám elektród s látkami, ktoré budeme do vody pridávať.) Presvedčte sa, že destilovaná a neznečistená voda elektrický prúd nevedie – zrejme v nej nie sú voľné náboje.

V jednotlivých skupinách preskúmajte, ktoré látky treba vo vode rozpustiť, aby v nej vznikli voľné náboje – **ióny** – aby sa z nej stal iónový vodič – **elektrolyt**.

Navrhujeme nakvapkať do destilovanej vody napr. citrónovú šťavu, ocot, modrú (zelenú, bielu) skalicu. Vyskúšajte aj roztok destilovanej vody s cukrom.

Vyhľadajte informácie, ktoré by vám umožnili odpovedať na otázku: „K akým reakciám došlo vo vodnom roztoku predtým, ako sa stal elektrolytom?“ Poradte sa aj so svojím učiteľom chémie!

Schéma zapojenia
pri skúmaní vedenia elektrického prúdu elektrolytom.

Všetky roztoky látok vedú elektrický prúd?

Ako súvisí vedenie elektrického prúdu v elektrolyte s chemickými vlastnosťami látky?





doc. RNDr. Václav Koubek, PhD.
doc. RNDr. Viera Lapitková, PhD.
doc. RNDr. Peter Demkanin, PhD.

Fyzika

pre 1. ročník gymnázia
a 5. ročník gymnázia s osemročným štúdiom

Odborná redaktorka RNDr. Eva Danišová
Ilustrácie: Patria I., spol. s r. o., Prievidza

Schválilo Ministerstvo školstva, vedy výskumu a športu Slovenskej republiky
pod číslom 2017-2496/33329:33-640A ako učebnicu Fyzika pre 1. ročník gymnázia
a 5. ročník gymnázia s osemročným štúdiom.

Schvaľovacia doložka nadobúda účinnosť 31. júla 2017 a má platnosť 5 rokov.

3. vydanie, 2019
Vydalo Združenie EDUCO
Tlač: Patria I., spol. s r. o., Prievidza

ISBN 978-80-85674-69-9